

Содержание

1. Об этом сборнике	3
2. Альтернативный выбор, явные и неявные издержки	5
2.1 Ответы	8
3. Теория потребителя и полезность	9
3.1 Базовая теория и полезность	9
3.2 Предложение труда	15
3.3 Межвременной выбор	16
3.4 Ответы	18
4. Теория фирмы: производство, издержки, выручка, прибыль	28
4.1 Основная теория фирмы	28
4.2 Два завода	32
4.3 Оптимизация по факторам производства	34
4.4 Ответы	37
5. КПВ	48
5.1 Альтернативные издержки и преимущества стран	48
5.2 Построение КПВ	49
5.3 Сложение КПВ	54
5.4 Торговля в КПВ	55
5.5 Оптимизация в КПВ	57
5.6 Ответы	60
6. Монополия	85
6.1 Классическая оптимизация прибыли	85
6.2 Ценовая дискриминация	90
6.3 Ответы	93
7. Совершенная конкуренция	96
7.1 Построение функции предложения фирмы	96
7.2 Правила Совершенной конкуренции	99
7.3 Ответы	101
8. Олигополия	108
8.1 Модель Курно	108
8.2 Модель Штаккельберга	110
8.3 Модель Форхаймера (ценовой лидер)	111
8.4 Модель Бертрана	112
8.5 Модель Хотеллинга	113

8..6	Ответы	114
9.	Модель спроса и предложения, госвмешательство	116
9.1	Базовая модель спроса и предложения	116
9.2	Государственное вмешательство	117
9.3	Модель малой экономики в международной торговле и государственное вмешательство в ней	120
9.4	Модель торговли крупных экономик в международной торговле и государственное вмешательство в ней	123
9.5	Ответы	125
10.	Общественное благосостояние	129
10.1	Общественное благосостояние и излишки экономических агентов в рыночных структурах	129
10.2	Общественное благосостояние при международной торговле	131
10.3	Внешние эффекты	134
10.4	Ответы	137
11.	Эластичность	146
11.1	Ответы	149
12.	Финансы	151
12.1	Начисление процентов и банковские вклады	151
12.2	Валютные курсы	154
12.3	Приведенная текущая стоимость денежных потоков	155
12.4	Кредиты	157
12.5	Рынок финансовых активов	159
12.6	Ответы	164
13.	Неравенство в распределении доходов	168
13.1	Ответы	173
14.	Макроэкономика	178
14.1	Основные макроэкономические индексы	178
14.2	Расчет ВВП, модель кругооборота и платежный баланс	179
14.3	Экономический цикл и безработица	182
14.4	Фискальная политика и мультипликация	184
14.5	Монетарная политика и мультипликация	187
14.6	Валюты	189
14.7	Модели AD-AS и IS-LM	191
14.8	Ответы	193

Об этом сборнике

Сборник тренировочных задач включает себя задачи из (пока еще не всех) тем, которые изучаются в олимпиадной экономике. Сборник является бесплатным и свободно распространяемым носителем информации, задачи из него можно спокойно использовать при составлении собственных учебных программ. При использовании материалов в целях проведения образовательных программ ссылка на первоисточник является обязательным условием.

В основу этого сборника положены два очень важных правила, которые значительно повышают эффективность при использовании его в обучении: по каждой теме и по каждому навыку, которым должен обладать олимпиадник, в этом сборнике есть задача, и каждая задача проверяет свой определенный навык, который не проверяют другие задачи в этом сборнике.

Хочу заметить, что это сборник именно **тренировочных** задач, то есть он проверяет теоретические знания и технику решения задач, но делает не такой сильный упор на креативное мышление (хотя оно вам все же сильно понадобится для решения этого сборника): на реальных олимпиадах будут встречаться комбинации многих тем или запутанные условия, в которых, помимо теоретических знаний и математических навыков, от школьников будет требоваться значительная гибкость ума и смекалка. Тем не менее, теоретическая подготовка – важнейшая в олимпиадной экономике, на которой уже строится всё остальное. Таким образом, этот сборник задач – лишь один из шагов в подготовке к олимпиадам: прорешав теоретические задачи, стоит перейти за задачи с реальных олимпиад, чтобы тренировать формализацию заданий и находчивость.

Задачи в сборнике разделены на четыре уровня (они обозначаются количеством звездочек * около каждой задачи). Деление условное, но вы можете воспринимать его следующим образом:

1) Задачи первого уровня (*) проверяют базовые навыки и примерно соответствуют школьному этапу ВСОШ.

2) Задачи второго уровня ()** проверяют вашу полную теоретическую подготовку и примерно соответствуют муниципальному этапу ВСОШ.

3) Задачи третьего уровня (*)** проверяют умение гибко подойти к решению задачи и грамотно воспользоваться теоретическими знаниями, которые обычно применяются не так очевидно, и примерно соответствуют региональному этапу ВСОШ.

4) Задачи четвертого уровня (**)** проверяют ваше фундаментальное, глубокое понимание экономики, её принципов и правил, и примерно соответствуют заключительному этапу ВСОШ.

Во всех задачах объемы товаров, комплектов товаров, людей и факторов производства являются бесконечно делимыми, если не сказано иного.

Буду благодарен за любую обратную связь по данному сборнику. Выслушаю ваши предложения, найденные ошибки или опечатки, и любой другой вопрос:

для этого напишите мне в телеграме: <https://t.me/Remzaza>

Больше информации о подготовке к олимпиадам: программу подготовки, задачи, все материалы, новости олимпиадной экономики, экономические статьи для школьников и многое другое вы можете найти на моем канале «Дорога на Всерос» в телеграме: https://t.me/econ_book. Там же вы сможете найти все обновления данного сборника.

Автор обложки: Аня Малакшанидзе https://t.me/le_m_anna_d

Альтернативный выбор, явные и неявные издержки

Задача 1 *

Алексей выбирает, картой какого банка он будет пользоваться. На выбор у него есть два варианта: карта первого банка с бесплатным обслуживанием, или же карта второго банка со стоимостью обслуживания, равной 190 рублей в месяц, но с кешбэком в 1% за каждую покупку.

(а) Картой какого банка воспользуется Алексей, если его сумма покупок в месяц составляет в среднем 10000 рублей?

(б) Картой какого банка воспользуется Алексей, если его сумма покупок в месяц составляет в среднем 20000 рублей?

(в) При какой сумме ежемесячных трат Алексею будет безразлично, картой какого банка пользоваться?

Задача 2 *

Иван хочет купить квартиру и выбрал подходящий вариант, стоящий 6 млн рублей. Он может заплатить напрямую строительной компании эту сумму, либо воспользоваться риелторским агентством, которое берет фиксированную комиссию в виде 300 тысяч рублей за сделку, а взамен оно с помощью своих контактов позволяет снизить цену на некоторый процент от цены застройщика.

(а) Выгодно ли Ивану пользоваться услугами агентства, если оно позволит снизить стоимость квартиры на 3%?

(б) Известно, что Иван согласился воспользоваться услугами агентства. Определите, какую минимальную скидку в процентах от изначальной цены квартиры ему удалось заполучить.

Задача 3 *

Фирма «Сокол», производящая клетки для птиц, собирается выйти на рынок соседнего региона, и ищет маркетолога для анализа затрат на рекламу. Известно, что в случае отсутствия маркетолога прибыль фирмы в новом регионе составит 1,5 млн рублей, тогда как с маркетологом прибыль в этом регионе (без учета зарплаты маркетолога) вырастет на 20%.

(а) Наймет ли фирма маркетолога, если он требует зарплату в 100 тысяч рублей?

(б) Известно, что фирма наняла маркетолога. Определите, какую максимальную, заранее оговоренную зарплату маркетолог мог бы получить?

Задача 4 *

Антон собирается открыть свой бизнес в своём гараже, который сейчас сдаёт в аренду за 200 рублей в день. Для того, чтобы открыть бизнес, Антон собирается бросить свою работу, приносящую ему 1500 рублей в день. Антон будет закупать расходные материалы стоимостью в 600 рублей в день и продавать готовую продукцию, собственноручно собранную из этих материалов, за 2100 рублей в день.

(а) Рассчитайте бухгалтерскую выручку, бухгалтерские (явные) издержки, неявные издержки, экономические издержки, бухгалтерскую прибыль, экономическую прибыль Антона.

(б) Выгодно ли Антону открывать свой бизнес?

Задача 5 **

Артемий собирается заняться перепродажей товаров, купленных из Китая, в России. Для закупки у Артемия есть 220 тысяч рублей, и большой объем денег ему недоступен. Текущий обменный курс составляет 11 рублей за юань с учетом всех комиссий. Продумав стратегию и проанализировав рынок, Артемий остановился на выборе из трех товаров, которые можно будет заказать из Китая одной партией, оплатив за доставку всего груза ровно 2 тысячи юаней. Других издержек Артемий нести не будет. Ознакомьтесь со списком товаров:

1. Плюшевые игрушки, каждая стоимостью в 10 юаней, которые можно будет продать в России по цене в 500 рублей за штуку.
2. Видеокарты, которые можно будет покупать по цене в 2000 юаней, и продавать за 70000 рублей.
3. Комбинезоны, которые можно купить в Китае по 120 юаней за штуку и продавать в России по 6000 рублей.

Определите, сколько и какого товара стоит закупить Артемию в Китае для перепродажи.

Задача 6 **

Петр собирается открыть собственное дело. Проведя все расчеты, он осознал, что экономическая прибыль этого дела окажется равна (-10000) рублей в месяц, так как ему придется уволиться с работы. Зная, что явные издержки при открытии нового дела составили бы 50000 рублей в месяц, определите разницу между зарплатой Петра и потенциальной выручкой от нового дела.

Задача 7 **

Аркадий постоянно ездит в командировки по работе по всей России. До каждого города он добирается по-разному: то на самолете, то на поезде. На эти виды транспорта у Аркадия есть договоренность с перевозчиками о фиксировании цены: за каждый билет на самолет Аркадий платит 9000 рублей, а на каждый билет на поезд – 2000 рублей. Для простоты считайте, что перелет на самолете в любой город занимает у Аркадия половину дня, тогда как на поезде в каждый город нужно добираться разное количество времени.

Известно, что ни в поезде, ни в самолете, Аркадий не может работать (а он любит исключительно работать), и свой рабочий день он оценивает в 5000 рублей. Известно, что в Ярославль Аркадий решил добираться именно поездом и ехал в нём t дней (t не обязательно целое). Найдите, какие значения может принимать параметр t .

Задача 8 ***

Геннадий, как многодетный отец, получает выплату от государства в размере 18900 рублей в месяц. Сейчас Геннадий выбирает между тремя возможностями для открытия бизнеса:

1. Открытие автомастерской с выручкой в 200 тыс.рублей в месяц и затратами в 100 тыс.рублей в месяц
2. Ведение точки продажи макретплейса с выручкой в 150 тыс.рублей в месяц и затратами в 80 тыс.рублей в месяц
3. Производство табуреток с выручкой в 300 тыс.рублей в месяц и издержками в 180 тыс.рублей в месяц.

Для того, чтобы открыть любой вариант бизнеса, Геннадию придется уволиться с работы, на которой его зарплата составляет W тыс.рублей в месяц.

(а) Найдите экономическую прибыль каждого из трёх вариантов открытия бизнеса, а также варианта «остаться работать на работе», в зависимости от W .

(б) Какой из вариантов стоит выбрать Геннадию в зависимости от W ?

Задача 9 ***

Андрей, как руководитель производственного цеха, собирается нанять себе рабочего Степана. Цех выпускает три детали: поршни, стержни и подшипники. Степан согласится работать только если его зарплата будет не меньше 500 рублей в час при производстве поршней и стержней, и не меньше 600 рублей в час при производстве подшипников, так как делать их он не любит. Производительность Степана равна 3 детали в час в производстве поршней, 4 детали в час в производстве стержней и 2 детали в час в производстве подшипников.

Известно, что фирма продаёт поршни по цене в 300 рублей за штуку, а подшипники по цене в 600 рублей за штуку. Определите, какие значения может принимать цена, по которой фирма продаёт стержни, если Андрей, как рациональный руководитель, нанял Степана и направил производить именно их.

2.1 Ответы

- 1) а) Картой первого банка
б) Картой второго банка;
в) 19000
- 2) а) Нет
б) 5%
- 3) а) Да
б) 300000
- 4) а) Бухгалтерская выручка = 2100, бухгалтерские издержки = 600, неявные издержки = 1700, экономические издержки = 2300, бухгалтерская прибыль = 1500, экономическая прибыль = -200
б) Нет
- 5) Без разницы между плюшевыми игрушками и комбинезонами, плюшевых игрушек можно купить 1800, а комбинезонов – 150
- 6) -40000
- 7) $t \leq 1.9$
- 8) При $W \geq 120000$

$$\begin{cases} \Pi_1 = 100000 - W \\ \Pi_2 = 70000 - W \\ \Pi_3 = 120000 - W \\ \Pi_{\text{работа}} = W - 120000 \end{cases}$$
 При $100000 \leq W \leq 120000$

$$\begin{cases} \Pi_1 = -20000 \\ \Pi_2 = -50000 \\ \Pi_3 = 120000 - W \\ \Pi_{\text{работа}} = W - 120000 \end{cases}$$
 При $W \leq 100000$

$$\begin{cases} \Pi_1 = -20000 \\ \Pi_2 = -50000 \\ \Pi_3 = 20000 \\ \Pi_{\text{работа}} = W - 120000 \end{cases}$$
- 9) $P \geq 275$

Теория потребителя и полезность

3.1 Базовая теория и полезность

Задача 1 *

Катя зашла в магазин, имея в кармане 10 рублей. Она хочет купить кислинки (x), которые стоят 50 копеек за штуку, и стикеры (y), которые стоят 2 рубля 50 копеек рублей за штуку. Полезность Кати имеет вид $U = x \cdot y$. Сколько кислинки и стикеров купит в магазине Катя?

Задача 2 **

Сестра Андрея решила приготовить ему праздничный салат с крабовыми палочками. Известно, что для приготовления салата нужно смешать ингредиенты в следующей пропорции: 100 грамм крабовых палочек, 200 грамм кукурузы, 300 грамм огурцов и 100 грамм майонеза. Известно, что крабовые палочки стоят 240 рублей за килограмм, кукуруза – 120 рублей за килограмм, огурцы – 60 рублей за килограмм, а майонез – 180 рублей за килограмм. Сколько килограмм салата сможет сделать сестра Андрея, если всего у нее имеется 600 рублей? Учтите, что все наборы продуктов являются бесконечно делимыми.

Задача 3 **

В каждом из следующих пунктов, в которых будет дана функция полезности покупателя, вам необходимо будет найти спрос на товар x , то есть зависимость $x(P_x)$, где P_x – цена товара x , заданная как параметр. Известно, что потребитель обладает доходом в размере 12 рублей, а цена товара y всегда равна $P_y = 1$.

(а) $U = xy$

(б) $U = 10x + 4y$

(в) $U = 10x - x^2 + y$

(г) $U = 4x^2 + y^2$

(д) $U = 4\sqrt{x} + y$

(е) $U = x^2 + 12y$

(ж) $U = \min(x; y)$

(з) $U = \max(x; y)$

Задача 4 **

Кирилл решил сделать романтический ужин для своей жены, и приготовить мексиканские кесадильи. Известно, что для одной кесадильи нужна одна тортилья, 50 грамм курицы и 100 грамм сыра. Все ингредиенты, кроме курицы, дополнительно готовить не надо, а курицу нужно заранее пожарить. Известно, что одна пачка из 5 тортилий стоит 100 рублей, курица стоит по 400 рублей за килограмм, а сыр – по 500 рублей за килограмм. Также, Кириллу нужно 10 минут, чтобы пожарить 200 грамм курицы, 5 минут, чтобы пожарить готовую кесадилью, и 30 минут на закупки всех необходимых ингредиентов. До прихода жены у Кирилла есть 2 часа, а также на карточке есть 900 рублей. Какое максимальное количество кесадильи сможет сделать Кирилл?

Задача 5 **

Арина думает, на какую работу ей нужно устроиться. Свою полезность она оценивает следующим образом: $U = 10w - s^2 - 20t$, где w – зарплата (в тысячах рублей в месяц), s – расстояние от работы до дома (в километрах), а t – время работы (в часах в рабочий день). Она выбирает между работой аналитиком в банке, в котором она будет зарабатывать 70 тысяч рублей в месяц, добираться до которого придется 5 километров, и работать в котором придется 8 часов в день, и дизайнером на фрилансе: работать можно будет из дома, получать при этом 40 тысяч рублей в месяц, и работать всего по 4 часа в день. Какой выбор в итоге должна сделать Арина?

Задача 6 **

Вася и его друзья хотят купить несколько упаковок чипсов x и несколько литров газировки y для большой вечеринки. Они знают, что после употребления чипсов гости захотят пить, поэтому оптимальное количество продуктов описывается уравнением: $y = x^2$. Для проведения вечеринки ребята смогли собрать 44 тугрика. Рядом с домом Васи находится магазин «А», в котором упаковка чипсов продаётся по цене 4 тугрика, а литр газировки стоит всего 1 тугрик. К сожалению, магазин «А» маленький, поэтому ребята не могут купить там более 3 упаковок чипсов. К счастью, они могут докупить неограниченное количество продуктов в торговом центре «Б»: цена на газировку там такая же, а вот чипсы стоят дороже (16 тугриков за упаковку). Сколько упаковок чипсов приобретут ребята в торговом центре, если они хотят закупить максимально возможное количество товаров с учётом условия о соотношении между продуктами?

Задача 7 ***

В каждом из следующих пунктов, в которых будет дана функция полезности покупателя, вам необходимо будет найти спрос на товар x , то есть зависимость $x(P_x)$, где P_x – цена товара x , заданная как параметр. Известно, что потребитель обладает доходом в размере 12 рублей, а цена товара y всегда равна $P_y = 1$.

(а) $U = 12x - x^2 + 12y - y^2$

(б) $U = 12x + 4y, y \leq 4$

(в) $U = x^2 + y^2, x \leq 24$

(г) $U = x^2 + y^2, y \leq 4$

(д) $U = x^5 y^{10}$

(е) $U = 4\sqrt{x} + \sqrt{y}$

(ж) $U = 4\sqrt{x} + \sqrt{y}, y \leq 4$

(з) $U = \min(2x + y; x + 2y)$

(и) $U = \max(2x + y; x + 2y)$

Задача 8 ***

Виктор, который любит покупать пирожки (x) и молоко (y), всегда закупается в одном и том же магазине. В этом магазине пирожки стоят по 20 рублей за штуку, а пачка молока – по 80 рублей за штуку. Полезность Виктора можно описать функцией $U = xy$. Виктор тратит за каждый поход в магазин 2400 рублей.

(а) Однажды магазин предложил Виктору сделку: при входе в магазин Виктор уплачивает некоторую фиксированную сумму, но зато он сможет покупать молоко по цене не в 80, а всего в 20 рублей. Какую сумму готов максимально заплатить Виктор при входе в магазин при такой сделке?

(б) Вскоре магазин снизил цену молока для всех до 20 рублей, и перестал брать с Виктора плату за вход. Но теперь он предложил другую схему: он будет давать Виктору дополнительную карту с некоторой суммой денег на покупки при каждом посещении магазина, но при этом Виктор будет покупать молоко не по 20, а по 80 рублей. При какой минимальной сумме на карточке Виктор согласится на такое предложение?

Задача 9 ***

Мама Дима нашла у него в куртке два чека:

1. Дима купил на прошлой неделе 4 пачки сока по цене 80 рублей и 4 пачки сухариков по цене 20 рублей.
2. Дима купил на этой неделе 3 пачки сока по цене 100 рублей и 8 пачек сухариков по цене 30 рублей.

И она тут же поняла, что её сын растёт абсолютно нерациональным! Определите, как же мама это поняла, если предпочтения сына не могли измениться за такой короткий промежуток времени, как неделя.

Задача 10 ***

Мама вашего друга, которую зовут Светлана Викторовна, очень любит кушать помидоры и огурцы, и вы были приглашены на её день рождения, и собираетесь ей подарить её любимые овощи. Известно, что огурцы (x) стоят в магазине 10 рублей за штуку, а помидоры (y) – 20 рублей за штуку. В каждом из следующих пунктов найдите зависимость того, сколько огурцов и помидоров вы купите в зависимости от количества денег, которые вы готовы потратить на подарок (I). Если вам сложно решить эту задачу с параметром, сначала попробуйте решить ее для конкретного значения $I = 100$:

(а)

- Первые 3 огурца приносят Светлане Викторовне по 2 единицы полезности каждый.
- Все остальные огурцы приносят Светлане Викторовне по 4 единицы полезности каждый.
- Первые 4 помидора приносят Светлане Викторовне по 6 единиц полезности каждый.
- Все остальные помидоры приносят Светлане Викторовне по 10 единиц полезности каждый.

(б)

- Первые 3 огурца приносят Светлане Викторовне по 5 единиц полезности каждый.
- Все остальные огурцы приносят Светлане Викторовне по 2 единицы полезности каждый.
- Первые 4 помидора приносят Светлане Викторовне по 8 единиц полезности каждый.
- Все остальные помидоры приносят Светлане Викторовне по 6 единиц полезности каждый.

(в)

- Первые 3 огурца приносят Светлане Викторовне по 5 единиц полезности каждый.
- Все остальные огурцы приносят Светлане Викторовне по 3 единицы полезности каждый.
- Первые 4 помидора приносят Светлане Викторовне по 4 единицы полезности каждый.
- Все остальные помидоры приносят Светлане Викторовне по 8 единиц полезности каждый.

(г)

- Первые 3 огурца приносят Светлане Викторовне по 2 единицы полезности каждый.
- Все остальные огурцы приносят Светлане Викторовне по 5 единиц полезности каждый.
- Первые 4 помидора приносят Светлане Викторовне по 6 единиц полезности каждый.
- Все остальные помидоры приносят Светлане Викторовне по 8 единиц полезности каждый.

Задача 11 ***

Баба Дуся, вырастив у себя на огороде 12 морковок (x) и 12 баклажанов (y), решила поехать на рынок. На рынке она может покупать и продавать морковки по цене в 10 рублей, и баклажаны по цене в 40 рублей. Полезность Бабы Дуси от итогового количества у нее морковок и баклажанов можно описать как $U = \sqrt{xy}$.

(а) Определите, какое количество одного товара Баба Дуся обменивает на другой.

(б) Если цена баклажанов снизится, можно ли точно определить, в какую сторону изменится потребление морковок? А баклажанов? Укажите, как в этой ситуации действуют эффекты замещения и дохода.

(в) Предположим, что баклажаны подешевели в 2 раза. Найдите, как изменится итоговое количество баклажанов и морковок после торговли на рынке у Бабы Дуси.

Задача 12 ***

Полезность Васи от поедания бутербродов (x) и королевских креветок (y) можно описать следующей функцией: $U = x + 10\sqrt{y}$. Бутерброды стоят по 10 рублей и продаются прямо в закусочной недалеко от дома Васи, а во королевские креветки продаются только в специализированном кафе, которое использует двухчастный тариф: необходимо заплатить фиксированную сумму за вход в кафе, и затем можно кушать сколько угодно королевских креветок всего лишь по цене также 10 рублей за штуку (бутерброды в таком случае Вася может купить заранее). На очередную трапезу Вася располагает бюджетом в 400 рублей. Определите, при какой стоимости входного билета в специализированное кафе Васе будет безразлично, идти в него или не идти.

Задача 13 ***

Коля имеет 120 рублей, на которые он хочет купить жвачки (x) и конфетки (y). Для этого Коля пришел в магазин, в котором одна жвачка стоит 4 рубля, а конфетка – 1 рубль. Полезность Коли можно описать функцией $U = 20x - x^2 + y$.

(а) Найдите бюджетное ограничение и нарисуйте его на графике.

(б) Определите вид кривых безразличия (линий уровня полезности), и изобразите их на графике.

(в) Графически покажите оптимальное количество жвачек и конфеток и рассчитайте оптимальные значения x и y .

(г) Изобразите на графике, как изменятся линии и точка оптимума, если цена жвачек увеличится на 2 рубля.

(д) Изобразите на графике, как изменятся линии и точка оптимума, если цена жвачек уменьшится на 2 рубля.

(е) Изобразите на графике, как изменятся линии и точка оптимума, если количество денег у Коли увеличится в 2 раза.

(ж) Укажите, как при изменении цены жвачки меняется количество конфет, которые Коля хочет покупать. Являются эти эти товары комплементами или субститутами для Коли? Укажите, как работает эффект дохода и эффект замещения в данной ситуации.

(з) Если вам не лень, решить все остальные пункты еще для двух функций полезности, для которых данные эффекты будут вести себя интересным образом: $U = \min(x, y)$ и $U = 3x + y$.

Задача 14 ***

Соня пошла в магазин, чтобы купить себе шампуней (x) и гелей для душа (y). И шампунь, и гель для душа в магазине стоят одинаково: по 200 рублей, а всего Соня имеет 3600 рублей на закупки. Но внезапно Соня обнаружила, что

в магазине проходит акция: при покупке трёх шампуней, один гель для душа идет в подарок, а при покупке двух гелей для душа уже один шампунь будет идти в подарок. Определите, сколько шампуней и гелей для душа купит Соня в магазине, если её полезность описывается функцией $U = x \cdot y$.

Задача 15 ****

Полезность Владимира от молока (m) и йогурта (y) имеет вид $U = my$. Всего у Владимира есть 840 рублей на покупку этих товаров в магазине у его дома, где йогурт стоит 40 рублей, а молоко – 80 рублей. Однако, магазин сделал очень крутую акцию: он продаёт комплект из одного молока и двух йогуртов по цене в P_k рублей.

(а) Определите, сколько отдельно молока, отдельно йогурта, и сколько комплектов купит Владимир, если $P_k = 140$.

(б) Определите, сколько отдельно молока, отдельно йогурта, и сколько комплектов купит Владимир, для каждого значения P_k , то есть найдите его спрос на комплекты.

(в) Молоко и йогурт больше не продаются по-отдельности, а только следующими комплектами:

1. 4 йогурта и молоко по цене 180
2. 3 йогурта и молоко по цене 160
3. 1 йогурт и молоко по цене 130
4. 2 йогурта и 3 молока по цене 240

Определите, сколько единиц каждого комплекта купит Владимир в магазине.

Задача 16 ****

Некоторый индивид, имеющий доход, равный I , покупает товары A , B , C и D (может часть из них) по некоторым ценам P_a , P_b , P_c и P_d . Для каждого из следующих опишите **условия оптимума**, которые бы связывали предельные полезности, цены, общую полезность и бюджетное ограничение. Если вы можете это сделать (а это возможно не везде), найдите конкретные оптимальные значения потребления товаров. В каждом случае постройте примерный график зависимости $A(I)$, $B(I)$, $C(I)$ и $D(I)$, то есть как вы будете менять потребление этих товаров в зависимости от дохода. Если в зависимости от цен, вариантов получается несколько, то опишите их все и постройте графики для каждого.

(а) $U = ABCD$

(б) $U = A + B + C + D$

(в) $U = AB + C + D$

(г) $U = \sqrt{A} + B^2$

(д) $U = \sqrt{AB} + \sqrt{CD}$

(е) $U = AB + CD$

(ж) $U = \sqrt[3]{AB} + \sqrt[3]{CD}$

(з) $U = AB + C + \sqrt{D}$

3.2 Предложение труда

Задача 17 ***

В каждом из следующих пунктов для разных функций полезности вам будет необходимо вывести предложение труда работника. Работник может потратить своё время (которое ограничено 16 часами в сутки) на работу (L), или на отдых (l). За каждый час работы работник получает зарплату (w), и эти деньги он может затем потратить: все заработанные деньги называются его потреблением (C). Ваша задача – определить, сколько будет работать работник в зависимости от ставки зарплаты, то есть зависимость ($L(w)$).

(а) $U = C \cdot l$

(б) $U = \sqrt{C} + \sqrt{l}$

(в) $U = \sqrt{C} + l$

(г) $U = C^{\frac{1}{3}} \cdot l^{\frac{2}{3}}$

Задача 18 ***

Учитель младших классов имеет всего 16 часов в день на трудовую деятельность и отдых. Его полезность от потребления и отдыха имеет вид $U = \sqrt{C \cdot l}$. Учитель получает 1 д.е. за час своего труда, однако, если учитель работает больше 4 часов в день, он сильно устаёт, и ему приходится ходить на консультации к психологу. Каждая консультация у психолога стоит t д.е., и позволяет спокойно проработать еще один дополнительный час времени (без консультаций психолога учитель дальше работать попросту не сможет). Найдите, сколько времени в итоге будет работать учитель в зависимости от стоимости часа у психолога, то есть функцию $L(t)$, если:

(а) Учитель считает сеанс у психолога отдыхом.

(б) Учитель **не** считает сеанс у психолога отдыхом.

Задача 19 ***

Иван работает плотником и зарабатывает w рублей за час своей работы. Полезность Ивана от отдыха и количества денег можно описать следующим образом: $U = C - \frac{L^2}{200}$, где C – количество заработанных денег, а L – общее время работы за день. Однако, если Иван заработает за день 10000 рублей, то он будет полностью доволен своей жизнью, и работать точно больше не будет, так как больше денег на жизнь ему и не нужно. Найдите функцию предложения труда Ивана, то есть зависимость $L(w)$, и изобразите её на графике.

Задача 20 ****

Женя хочет заработать себе деньги на безбедную старость. Для этого она собирается поработать в молодости, а потом лишь тратить все свои деньги, которые она положит на вклад. Для простоты считайте, что Женя живет в нестабильной стране, где банковская ставка процента каждый год равна 100% годовых. Так, её полезность можно описать функцией $U = -L + \frac{\sqrt{C_1}}{2} + \frac{\sqrt{C_2}}{4} + \frac{\sqrt{C_3}}{8}$, где C_1 – количество денег, которое Женя потратит через год, C_2 – через два года и C_3 – через три года, L – количество часов, которое Женя поработает прямо сейчас. Дальше Женя не планирует, для нее безбедная старость – это

прожить хотя бы три года в её нестабильной стране. Найдите, сколько будет работать Женя часов, в зависимости от почасовой ставки оплаты труда, то есть зависимость $L(w)$.

3..3 Межвременной выбор

Задача 21 **

Рассмотрим классического потребителя, который в этом году заработает 120 д.е., а в следующем – 180 д.е. Ставка процента в экономике равна 20% годовых (и по кредитам, и по депозитам), а полезность нашего потребителя можно описать функцией $U = c_1 \cdot c_2$, где c_1 – уровень потребления в первом периоде, а c_2 – уровень потребления во втором периоде. Далее своё потребление потребитель не рассматривает. Определите, будет ли выступать данный потребитель заёмщиком или кредитором, и какой уровень потребления он выберет в каждом из периодов.

Задача 22 ***

Два друга, Артём и Борис, решают проинвестировать в своё будущее. Известно, что они являются коллегами, так что в текущем году получают одинаковый доход: 186 д.е. В следующем году они оба рассчитывают на доход всего лишь в размере 120 д.е. Известно, что ставка по депозитам в банке составляет 20% годовых. Полезность Артёма и Бориса можно соответственно описать следующими функциями: $U_a = \min(c_1^a; c_2^a)$, $U_b = 24c_1^b - \frac{c_1^b}{2}10 + 2c_2^b$, где c_1^a – потребление Артёма в первом периоде, c_2^a – потребление Артёма во втором периоде, c_1^b – потребление Бориса в первом периоде, c_2^b – потребление Бориса во втором периоде. Далее друзья свое потребление не рассчитывают.

(а) Определите, сколько денег положит на депозит каждый из друзей.

(б) ЦБ решил резко увеличить ключевую ставку, из-за чего банки подняли ставки по депозитам до 50% годовых. Найдите, как изменится объем депозитов, которые положит каждый из друзей в банк.

(в) Если вы верно решили предыдущие пункты, то у вас должен получиться довольно интересный ответ. Проинтерпретируйте его с точки зрения эффекта дохода и эффекта замещения.

Задача 23 ***

Рассмотрим классического потребителя, который в этом году заработает 120 д.е., а в следующем – 180 д.е. Ставка процента в экономике равна 20% годовых (и по кредитам, и по депозитам), а полезность нашего потребителя можно описать функцией $U = c_1 \cdot c_2$, где c_1 – уровень потребления в первом периоде, а c_2 – уровень потребления во втором периоде. Далее своё потребление потребитель не рассматривает. Также у потребителя есть возможность вложиться в инвестиционный проект: так, вложив в данный проект X д.е. в первом периоде, он сможет заработать $24\sqrt{X}$ д.е. во втором периоде. Определите, будет ли выступать данный потребитель заёмщиком или кредитором, сколько денег проинвестирует в проект и какой уровень потребления он выберет в каждом из

периодов.

Задача 24 ****

Известно, что потребитель заработает 240 д.е. в текущем периоде и X д.е. в следующем периоде. Ставка процента в экономике составляет 20% по депозитам и 50% по кредитам. Полезность нашего потребителя можно описать функцией $U = c_1 \cdot c_2$, где c_1 – уровень потребления в первом периоде, а c_2 – уровень потребления во втором периоде.

- (а) Нарисуйте бюджетное ограничение в зависимости от X на графике.
- (б) Определите вид линий уровня полезности (кривых безразличия) потребителя и нарисуйте их на том же графике.
- (в) Графически укажите условие оптимума, если потребитель в итоге будет кредитором в первом периоде.
- (г) Графически укажите условие оптимума, если потребитель в итоге будет заёмщиком в первом периоде.
- (д) Графически укажите условие оптимума, если потребитель в итоге не будет взаимодействовать с банком в первом периоде.
- (е) Для каждого значения X рассчитайте, какой объём депозита или кредита выберет потребитель в первом периоде.

3..4 Ответы

1) $x = 10, y = 2.$

2) 5.

3) а) $x = \frac{6}{P_x}$

б) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px < 2.5 \\ [0; 4.8] & Px = 2.5 \\ 0 & Px > 2.5 \end{cases}$

в) $x = \begin{cases} \frac{10-P_x}{2} & Px \leq 4 \\ \frac{12}{P_x} & 4 < Px < 6 \\ \frac{10-P_x}{2} & 6 \leq Px \leq 10 \\ 0 & Px \geq 10 \end{cases}$

г) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq 2 \\ 0 & Px \geq 2 \end{cases}$

д) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq \frac{1}{3} \\ \frac{4}{P_x^2} & Px \geq \frac{1}{3} \end{cases}$

е) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq 1 \\ 0 & Px \geq 1 \end{cases}$

ж) $x = \frac{12}{P_x+1}$

з) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq 1 \\ 0 & Px \geq 1 \end{cases}$

4) 10

5) Работать аналитиком

6) 1

7) а) $x = \begin{cases} 6 & Px \leq 1 \\ \frac{6(P_x+1)}{P_x^2+1} & Px \geq 1 \end{cases}$

б) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px < 3 \\ [\frac{8}{3}; 4] & Px = 3 \\ \frac{8}{P_x} & Px > 3 \end{cases}$

в) $x = \begin{cases} 24 & Px < 0.5 \\ \frac{12}{P_x} & 0.5 \leq Px \leq 1 \\ 0 & Px \geq 1 \end{cases}$

г) $x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq \sqrt{5} \\ \frac{8}{P_x} & Px \geq \sqrt{5} \end{cases}$

д) $x = \frac{4}{P_x}$

е) $x = \frac{192}{P_x^2+16P_x}$

$$\text{ж) } x = \begin{cases} \frac{8}{P_x} & Px \leq \frac{1}{8} \\ \frac{192}{P_x^2 + 16P_x} & Px \geq \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\text{з) } x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq \frac{1}{2} \\ \frac{12}{P_x + 1} & \frac{1}{2} \leq Px \leq 2 \\ 0 & Px \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{и) } x = \begin{cases} \frac{12}{P_x} & Px \leq 1 \\ 0 & Px \geq 1 \end{cases}$$

8) а) 1200

б) 2400

9) Пусть набор на этой неделе – Y , а на прошлой – X . Y был доступен на прошлой неделе и стоил бы столько же, сколько X . Значит, X не может быть хуже Y , так как Дима выбрал его. Набор X на этой неделе стоит 520, что меньше набора Y , который стоит 540, то есть набор X был доступен на этой неделе. Но так как Дима выбрал Y , можно сказать, что Y строго лучше, чем X (X строго хуже Y). Получили противоречие с предыдущим тезисом, значит поступки Димы нерациональны.

$$10) \text{ а) } \left\{ \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{I}{20} \end{cases} \quad I \leq 60 \right. \\ \left\{ \begin{cases} x = \frac{I}{10} \\ y = 0 \end{cases} \quad 60 \leq I \leq 100 \right. \\ \left\{ \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{I}{20} \end{cases} \quad 100 \leq I \right.$$

$$\text{б) } \left\{ \begin{cases} x = \frac{I}{10} \\ y = 0 \end{cases} \quad I \leq 30 \right. \\ \left\{ \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{I-30}{20} \end{cases} \quad 30 \leq I \right.$$

$$\text{в) } \left\{ \begin{cases} x = \frac{I}{10} \\ y = 0 \end{cases} \quad I \leq 190 \right. \\ \left\{ \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{I-30}{20} \end{cases} \quad 190 \leq I \right.$$

$$\text{г) } \left\{ \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{I}{20} \end{cases} \quad I \leq 45 \right. \\ \left\{ \begin{cases} x = \frac{I}{10} \\ y = 0 \end{cases} \quad 45 \leq I \right.$$

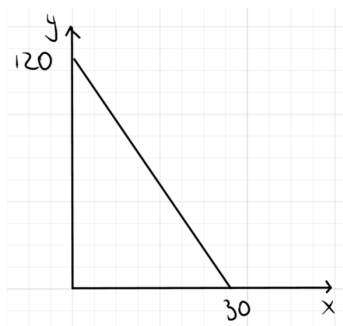
11) а) Обменяет 4,5 баклажана на 18 морковок.

б) Нельзя. Эффект замещения говорит, что надо покупать больше баклажанов, а эффект дохода – что меньше.

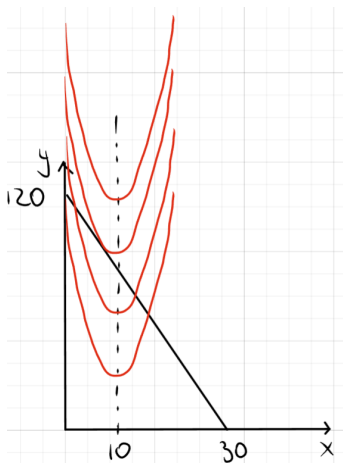
в) $x = 18, y = 9$.

12) 240

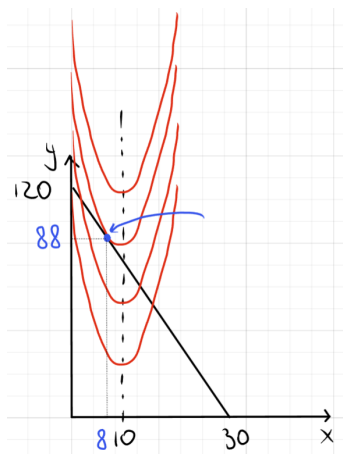
13) а) $4x + y \leq 120$



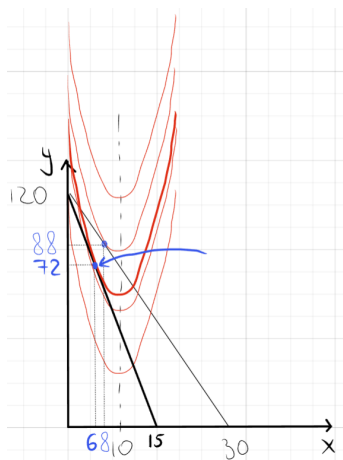
б) $y = U - 20x + x^2$



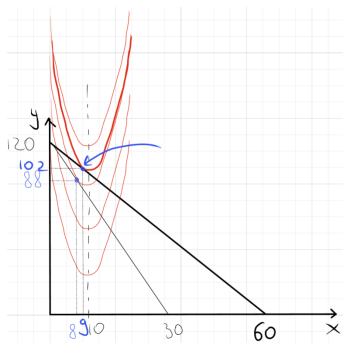
в) $x = 8, y = 88$



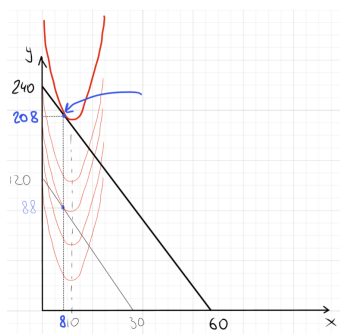
г) $x = 6, y = 72$



д) $x = 9, y = 102$



е) $x = 8, y = 208$



ж) При увеличении цены жвачки количество конфет, которые хочет купить Коля, снижается, значит, это товары – комплементы. Эффект замещения говорит о том, что с ростом цены жвачек нужно покупать больше конфет, а эффект дохода – что нужно покупать меньше конфет. Эффект дохода в данном случае оказывается сильнее.

з) лень.

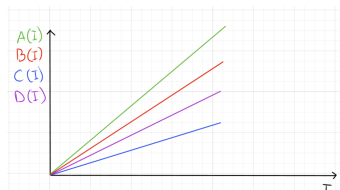
14) $x = 4.5, y = 13.5$

15) а) $m = 6.3, y = 0, k = 4.2$

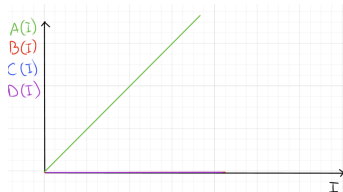
$$\text{б) } \begin{cases} \begin{cases} m = 5.25 \\ y = 10.5 \\ k = 0 \end{cases} & 160 \leq P_k \\ \begin{cases} m = \frac{21(P_k - 80)}{2P_k - 80} \\ y = 0 \\ k = \frac{420}{P_k - 40} \end{cases} & 80 \leq P_k \leq 160 \\ \begin{cases} m = 0 \\ y = 0 \\ k = \frac{840}{P_k} \end{cases} & P_k \leq 80 \end{cases}$$

в) 2.8 единиц первого комплекта и 1.4 единицы 4 комплекта.

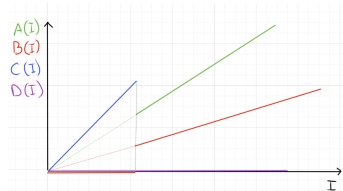
16) а) $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b} = \frac{MU_c}{P_c} = \frac{MU_d}{P_d}$



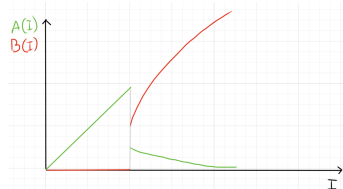
б) Покупаем тот товар, который дешевле (пусть А)



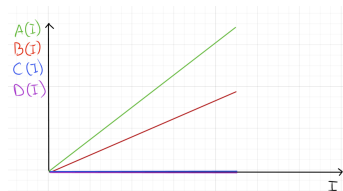
в) Пусть $P_c < P_d$: сначала $A = B = D = 0$, $C = \frac{I}{P_c}$, потом $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b}$, $C = D = 0$:



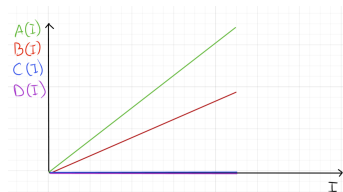
г) Сначала $A = \frac{I}{P_a}$, $B = 0$, потом $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b}$



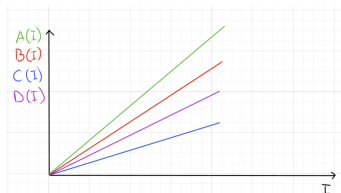
д) При $P_a \cdot P_b < P_c \cdot P_d$ $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b}$, $C = D = 0$. Иначе $\frac{MU_c}{P_c} = \frac{MU_d}{P_d}$, $A = B = 0$. На рисунке первый вариант.



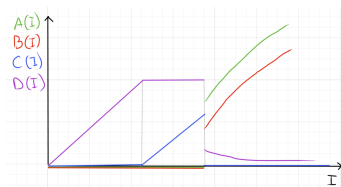
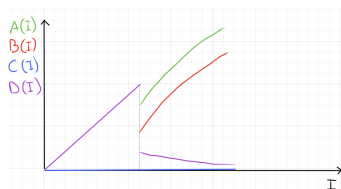
е) При $P_a \cdot P_b < P_c \cdot P_d$ $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b}$, $C = D = 0$. Иначе $\frac{MU_c}{P_c} = \frac{MU_d}{P_d}$, $A = B = 0$. На рисунке первый вариант.



$$\text{ж) } \frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b} = \frac{MU_c}{P_c} = \frac{MU_d}{P_d}$$



з) Возможны две ситуации: В первой сначала покупаем только D , а затем $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b} = \frac{MU_d}{P_d} = 0$, во второй сначала покупаем только D , затем $\frac{MU_c}{P_c} = \frac{MU_d}{P_d}$, $A = B = 0$, а затем $\frac{MU_a}{P_a} = \frac{MU_b}{P_b} = \frac{MU_d}{P_d}$.



$$17) \text{ а) } L = 8$$

$$\text{б) } L = \frac{16w}{w+1}$$

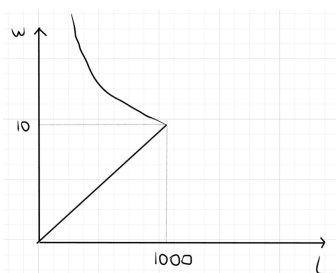
$$\text{в) } L = \begin{cases} \frac{w}{4} & w \leq 64 \\ 16 & w > 64 \end{cases}$$

$$\text{г) } L = \frac{16}{3}$$

$$18) \text{ а) } L = \begin{cases} 4 & t > \frac{2}{3} \\ \frac{8-10t}{1-t} & t \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{б) } L = \frac{16}{3}$$

$$19) \text{ а) } L = \begin{cases} 100w & w \leq 10 \\ \frac{10000}{w} & w > 10 \end{cases}$$



$$20) L = \frac{7w}{32}$$

$$21) \text{ Заёмщиком, } c_1 = 135, C_2 = 162.$$

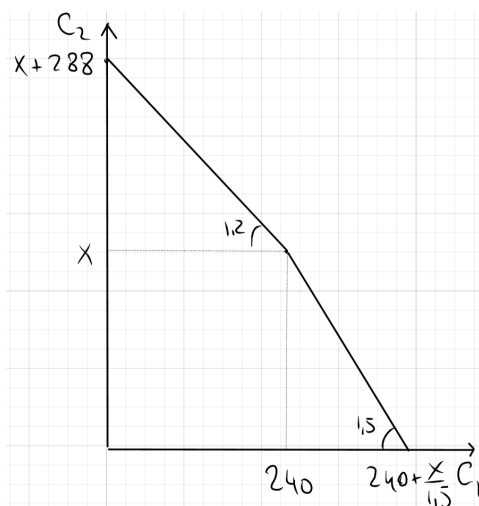
$$22) \text{ а) } D_a = 30, D_b = 78.$$

$$\text{б) } D_a = 26.4, D_b = 81.$$

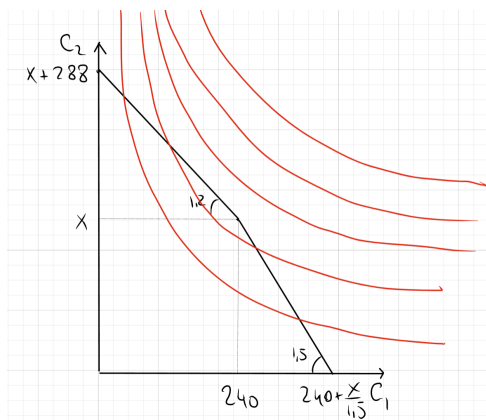
в) Депозит Артёма уменьшился, а депозит Бориса вырос. Эффект замещения говорит увеличивать размер депозита при росте его ставки, тогда как эффект дохода говорит снижать размер депозита, так как будущий доход оказался выше и его стоит перераспределить в настоящее время. Для Артёма доминирующим является эффект дохода, а для Бориса – эффект замещения.

$$23) \text{ Потребитель будет заёмщиком, } X = 100, c_1 = 185, c_2 = 222.$$

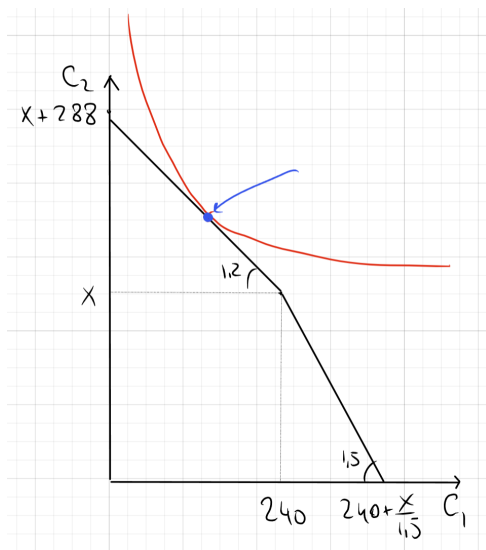
$$24) \text{ а)}$$



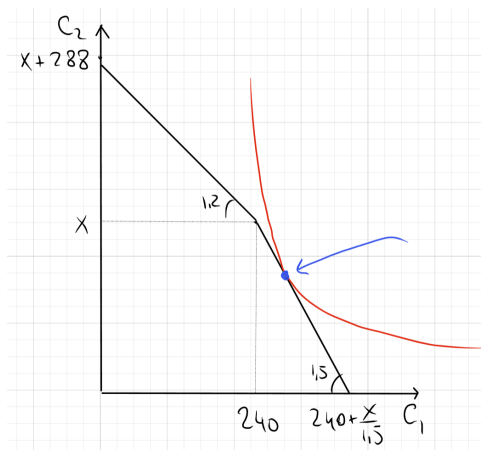
б) $c_2 = \frac{U}{c_1}$



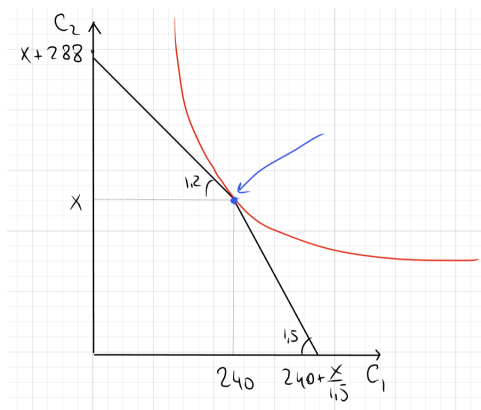
в)



г)



д)



$$e) \begin{cases} D = 120 - \frac{5X}{12} & X \leq 288 \\ \emptyset & 288 < X < 360 \\ K = \frac{X}{3} - 120 & x \geq 360 \end{cases}$$

Теория фирмы: производство, издержки, выручка, прибыль

4.1 Основная теория фирмы

Задача 1 *

Фирма может произвести разное целое количество товара. Заполните пропуски в таблице:

Q	FC	VC	AC	AVC	AFC	MC	TC	P	TR	MR	П	МП
0			-	-	-	-		-		-		-
1						40			180		120	
2		100								60		
3				120								-230

Задача 2 *

Функция издержек фирмы имеет вид $TC = 2Q^2 + 12Q + 100$. Найдите:

- (а) Общие издержки производства 8 единиц товара.
- (б) Средние издержки производства 10 единиц товара.
- (в) Переменные издержки производства 12 единиц товара.
- (г) Средние постоянные издержки производства 20 единиц товара.
- (д) Предельные издержки производства четвертой единицы товара, если количество товара может быть только целым.

Задача 3 *

В результате технологического прогресса фирма смогла сократить 20% своего штата и вместе с этим нарастить выпуск продукции в 1,5 раза. Определите, во сколько раз изменилась производительность труда для данной фирмы.

Задача 4 **

Для каждого пункта и для данной функции издержек найдите значение постоянных издержек и функцию переменных издержек:

- (а) $TC = Q^2 + 21Q + 234$
- (б) $TC = \sqrt{2Q^2 + 81} + 12$
- (в) $TC = \begin{cases} Q^2 + 20Q + 100, & Q \leq 20 \\ Q^2 + 500, & Q > 20 \end{cases}$

Задача 5 **

Для функции издержек $TC = Q^2 + 10Q + 100$ найдите функции $VC(Q)$, $FC(Q)$, $AVC(Q)$, $AFC(Q)$, $AC(Q)$, $MC(Q)$.

Задача 6 **

В каждом пункте найдите недостающее значение:

- (а) $MC(5) = 4$, $TC(5) = 20$, $AC(4) = ?$
- (б) $FC(5) = 40$, $TC(6) = 400$, $MC(8) = 100$ $AFC(7) = ?$

(в) $AFC(5) = 40$, $VC(6) = 400$, $AC(6) = ?$

(г) $AP_L(5) = 4$, $MP_L(6) = 5$, $Q(6) = ?$

(д) $P(5) = 100$, $MR(6) = -20$, $P(6) = ?$

(е) $TR(5) = 200$, $TR(3) = 100$, $MR(4) = 60$, $MR(5) = ?$

Задача 7 **

Общие издержки батутного центра в октябре составили 50 тыс. рублей и сложились из оплаты аренды помещения центра, затрат на починку батуты и зарплату инструкторов. Общие затраты на починку батуты составили 20% от всех издержек, на зарплату инструкторов ушло 60% всех издержек. В ноябре стоимость аренды выросла на 10 тыс. рублей, остальные расходы остались неизменными. Какой процент от всех издержек составит в ноябре зарплата инструкторов?

Задача 8 **

Известно, что фирме пришлось уволить 25% всех работников, а производительность оставшихся работников выросла на X процентов. Какие значения может принимать X , если в итоге объем производства товара увеличился?

Задача 9 **

В результате изменений на производстве фирма добилась увеличения выпуска с $Q_1 = 10$ до $Q_2 = 20$. Средние переменные издержки фирмы не изменились. Средние постоянные издержки в результате этого же события уменьшились в 2 раза до 24. Найти общие издержки до увеличения выпуска, если после увеличения выпуска они оказались равны 500.

Задача 10 **

Известно, что на некотором предприятии после новостей о том, что на землю летит метеорит, у половины работников производительность упала в 2 раза, а у половины – выросла в 2 раза. Рассчитайте, как изменилась производительность труда на предприятии в целом.

Задача 11 **

Марк решил открыть производство табуреток. Для этого он снял помещение за 1000 рублей в день и решил нанять рабочих для производства. Известно, что дневная производственная функция табуреток в зависимости от количества рабочих имеет вид $Q = 10\sqrt{L}$. Каждому рабочему Марк будет платить по 1000 рублей в день.

(а) Определите общую функцию издержек Марка в день.

(б) Если Марк продаёт табуретки по цене в 2000 рублей за штуку, то сколько табуреток ему выгоднее всего произвести, чтобы получить максимальную прибыль?

Задача 12 **

Определите, какой отдачей от масштаба обладает производственная функция в каждом пункте:

(а) $Q = K + 4L$

(б) $Q = KL$

(в) $Q = \sqrt{KL}$

(г) $Q = K^{\frac{2}{5}} L^{\frac{1}{2}}$

(д) $Q = \sqrt{2K + 8L}$

(е) $Q = K^2 + L^2$

(ж) $Q = 10\sqrt{K} + L$

(з) $Q = K + L^2$

Задача 13 **

Известно, что единственный переменный фактор производства фирмы – труд. Производственная функция фирмы имеет вид $Q = 4\sqrt{L}$, где L – количество нанятых фирмой единиц труда, затраты на каждую нанятую фирмой единицу труда равны 12.

(а) Определите функцию переменных издержек фирмы $VC(Q)$.

(б) Какой отдачей от масштаба обладает данная фирма?

(в) Рассчитайте, чему равны средние издержки производства 20 единиц товара.

(г) Какая средняя производительность будет у фирмы, если она наймет 16 работников?

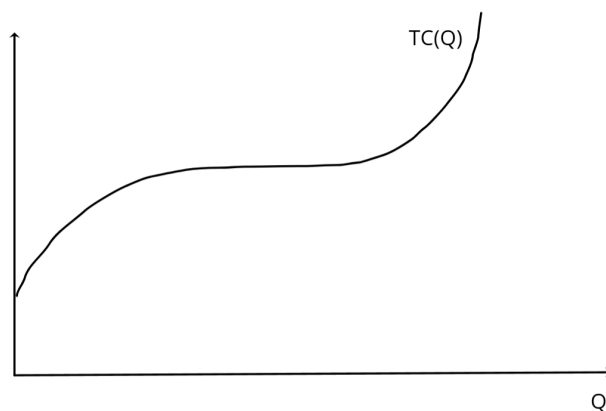
(д) Найдите $MC(12)$.

(е) Найдите $MP_L(25)$.

(ж) Найдите $MC_L(13)$.

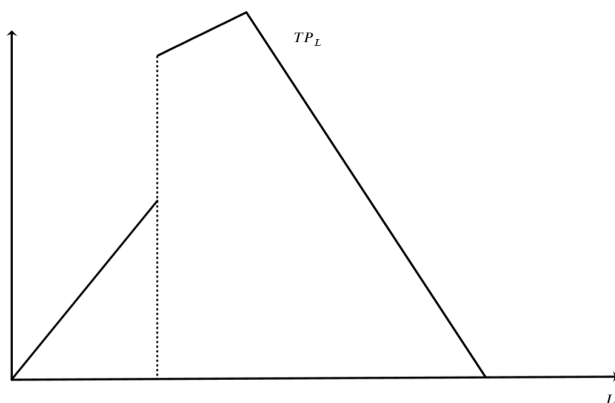
Задача 14 ***

На графике ниже изображена функция $TC(Q)$. На этом же графике постройте как можно более точно изображения графики функций $VC(Q)$, $FC(Q)$, $AVC(Q)$, $AFC(Q)$, $AC(Q)$ и $MC(Q)$:



Задача 15 ***

На графике ниже изображена функция $TP_L(L)$. На этом же графике постарайтесь как можно более точно изобразить графики функций $AP_L(L)$ и $MP_L(L)$:

**Задача 16 *****

Функция общих издержек фирмы имеет следующий вид:

$$TC = \begin{cases} Q^2 + 20Q + 100, & Q \leq 20 \\ Q^2 + 500, & Q > 20 \end{cases}$$

Изобразите данную функцию на графике, и на том же графике как можно более точно изобразите функции $VC(Q)$, $FC(Q)$, $AVC(Q)$, $AFC(Q)$ и $MC(Q)$.

Задача 17 ***

Процесс производства стульев происходит в несколько этапов:

1. На первом этапе из древесины изготавливаются заготовки для стульев. Из одного дерева, закупаемого по 100 рублей за штуку, получается 4 заготовки, и для обработки одного дерева требуется один человек.
2. На втором этапе из всех заготовок отбирается лучшая половина, а остальные утилизируются как брак. Этим процессом всегда занимается один и тот же человек, вне зависимости от количества заготовок (даже если их 0).
3. Отобранные заготовки покрываются лаком и превращаются в итоговые стулья. Банка лака, которой хватает на 2 стула, стоит 120 рублей. Один человек может покрыть лаком 6 стульев.

Определите функцию издержек данной фирмы в зависимости от количества стульев ($TC(Q)$), если она платит каждому рабочему зарплату, равную 60 рублей.

4..2 Два завода

Задача 18 *

Ваша фирма имеет два завода. Вам поступил заказ на производство 12 единиц товара. В каждом пункте будет дана функция издержек двух заводов вашей фирмы, и вашей задачей будет оптимально распределить 12 единиц товара по этим заводам, чтобы произвести их с наименьшими издержками. Для каждого пункта определите, сколько из 12 единиц вы произведете на первом заводе, и сколько – на втором.

- (а) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2$
- (б) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 2Q_2^2$
- (в) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = 6Q_2$
- (г) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = Q_2^2$
- (д) $TC_1 = 30Q_1, TC_2 = Q_2^2$

Задача 19 **

Для каждого из следующих пунктов, в которых даны функции издержек нескольких заводов фирмы, найдите функцию общих издержек фирмы $TC(Q)$, которая показывает, с какими минимальными издержками можно произвести Q единиц товара, распределив это количество между заводами оптимальным образом:

- (а) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2$
- (б) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 2Q_2^2$
- (в) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = 6Q_2$
- (г) $TC_1 = 12Q_1, TC_2 = Q_2^2$
- (д) $TC_1 = Q_1^2 + 10Q_1, TC_2 = Q_2^2 + 30Q_2$
- (е) $TC_1 = 16Q_1 - Q_1^2, Q_1 \leq 8, TC_2 = 10Q_2$
- (ж) $TC_1 = \sqrt{Q_1}, TC_2 = 2\sqrt{Q_2}$
- (з) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = \begin{cases} 0, & Q_2 = 0 \\ 6Q_2 + 120, & Q_2 > 0 \end{cases}$

Задача 20 ***

Для каждого из следующих пунктов, в которых даны функции издержек нескольких заводов фирмы, найдите функцию общих издержек фирмы $TC(Q)$, которая показывает, с какими минимальными издержками можно произвести Q единиц товара, распределив это количество между заводами оптимальным образом:

- (а) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2, 2Q_1 \leq Q_2$
- (б) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = Q_2^2, Q_1 \leq Q_2$
- (в) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = Q_2^2, Q_2 \leq Q_1$
- (г) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = Q_2^2, Q_1 \leq 10, Q_2 \leq 4$
- (д) $TC_1 = \sqrt{Q_1}, Q_1 \leq 16, TC_2 = 4\sqrt{Q_2}$
- (е) $TC_1 = Q_1^3, TC_2 = 4Q_2^3$
- (ж) $TC_1 = Q_1^4, TC_2 = 32Q_2$

- (з) $TC_1 = 10Q_1, TC_2 = \begin{cases} 0, & Q_2 = 0 \\ Q_2^2 + 16, & Q_2 > 0 \end{cases}$
- (и) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = \begin{cases} 0, & Q_2 = 0 \\ Q_2^2 + 50, & Q_2 > 0 \end{cases}$
- (к) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2, TC_3 = Q_3^2$
- (л) $TC_1 = 6Q_1, Q_1 \leq 6, TC_2 = 10Q_2, Q_2 \leq 10, TC_3 = 12Q_3, Q_3 \leq 12$
- (м) $TC_1 = 16Q_1 - Q_1^2, Q_1 \leq 8, TC_2 = 20Q_2 - 2Q_2^2, Q_2 \leq 5$
- (н) $TC_1 = 12\sqrt{Q_1}, TC_2 = 6\sqrt{Q_2} + Q_2, TC_3 = 2Q_3$
- (о) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2 + 10Q_2, TC_3 = Q_3^2 + 20Q_3$
- (п) $TC_1 = 16Q_1 - Q_1^2, Q_1 \leq 8, TC_2 = 2Q_2^2$
- (р) $TC_1 = 16Q_1 - Q_1^2, Q_1 \leq 8, TC_2 = \frac{1}{2}Q_2^2$
- (с) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = \begin{cases} Q_2^2, & Q_2 \leq 10 \\ Q_2^2 + 20Q_2, & Q_2 > 10 \end{cases}$

Задача 21 ***

Пусть у фирмы есть несколько заводов со следующими функциями издержек:

$$TC_1 = 123Q_1^2 + 100Q_1 + 15$$

$$TC_2 = 12Q_2^3 + 105Q_2^2 + 346Q_2 + 1050$$

$$TC_3 = 123Q_3^4 + 456Q_3^3 + 789Q_3^2 + 592Q_3 + 100500$$

Найдите, при каких объемах выпуска данная фирма будет использовать ровно 1 завод, при каких – ровно 2, а при каких – ровно 3 завода.

Задача 22 ***

Фирма владеет пятью заводами с следующими функциями издержек:

$$TC_1 = Q_1^2$$

$$TC_2 = 16Q_2$$

$$TC_3 = 20Q_3 + 4\sqrt{Q_3}$$

$$TC_4 = 16Q_4 + Q_4^3$$

$$TC_5 = 40Q_5 - Q_5^2, Q_5 \leq 10$$

Выведите общую функцию издержек данной фирмы.

Задача 23 ****

Фирма имеет три завода с следующими функциями издержек:

$$TC_1 = 16Q_1 - Q_1^2, Q_1 \leq 8$$

$$TC_2 = 20Q_2 - 2Q_2^2, Q_2 \leq 5$$

$$TC_3 = 12Q_3$$

Выведите общую функцию издержек фирмы, владеющей этими тремя заводами.

Задача 24 ****

Для каждого пункта найдите **условия оптимума**, то есть соотношения между величинами, которые должны выполняться в оптимуме (в том числе и если количества товаров равны 0), при выводе общей функции издержек $TC = f(Q)$, при $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. В явном виде функцию выводить не требуется. Также нарисуйте на графике функции $Q_1(Q)$, $Q_2(Q)$ и $Q_3(Q)$, то есть то, как примерно будет меняться распределение производимого товара по заводам. Если в задаче возможны несколько вариантов ответа в зависимости от параметров, укажите их все.

(а) $TC_1 = aQ_1^2$, $TC_2 = b\sqrt{Q_2}$

(б) $TC_1 = a\sqrt{Q_1}$, $TC_2 = b\sqrt{Q_2}$

(в) $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1$, $TC_2 = bQ_2^2$

(г) $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1$, $TC_2 = b\sqrt{Q_2}$

(д) $TC_1 = aQ_1$, $TC_2 = bQ_2$

(е) $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1$, $TC_2 = bQ_2$

(ж) $TC_1 = aQ_1$, $TC_2 = bQ_2^2$, $TC_3 = c\sqrt{Q_3}$

(з) $TC_1 = aQ_1$, $TC_2 = b\sqrt{Q_2}$, $TC_3 = c\sqrt{Q_3}$

(и) $TC_1 = aQ_1^2$, $TC_2 = b\sqrt{Q_2}$, $TC_3 = c\sqrt{Q_3}$

4.3 Оптимизация по факторам производства

Задача 25 **

В каждом пункте вам будет дана производственная функция фирмы (зависимость количества произведенного товара от количества используемого труда (L) и капитала (K)). Ваша задача – восстановить функцию издержек фирмы $TC(Q)$, показывающую зависимость минимальных издержек на производство Q единиц товара. Для этого для каждого значения Q вам необходимо вычислить оптимальное количество труда и капитала. Во всех пунктах считайте, что стоимость единицы капитала равна $r = 4$, а стоимость единицы труда $w = 1$.

(а) $Q = 2K + L$

(б) $Q = 15K + 3L$

(в) $Q = KL$

(г) $Q = \sqrt{KL}$

(д) $Q = K^2 + L^2$

(е) $Q = \sqrt{K} + \sqrt{L}$

(ж) $Q = \min(K; 2L)$

(з) $Q = \max(K; 2L)$

Задача 26 **

Фирма по производству гвоздей имеет следующую производственную функцию: $Q = \sqrt{KL}$. В краткосрочном периоде фирма использует фиксированное количество капитала K^* , тогда как в долгосрочном периоде она может самостоятельно выбирать количество капитала, которое будет использовать. Стоимость капитала составляет 16 рублей за единицу, а зарплата, выплачиваемая за единицу труда, равна 1.

- (а) Найдите функцию краткосрочных издержек $TC_{K^*=1}^{SR}(Q)$, если $K^* = 1$.
- (б) Найдите функцию краткосрочных издержек $TC_{K^*=4}^{SR}(Q)$, если $K^* = 4$.
- (в) Найдите функцию краткосрочных издержек $TC_{K^*=9}^{SR}(Q)$, если $K^* = 9$.
- (г) Найдите функцию долгосрочных издержек $TC^{LR}(Q)$.
- (д) На одном графике изобразите все 4 найденные функции общих издержек, точно отметив, как они расположены относительно друг друга.
- (е) На одном графике изобразите все 4 функции **средних** издержек для этих функций, точно отметив, как они расположены относительно друг друга.

Задача 27 ***

В каждом пункте вам будет дана производственная функция фирмы (зависимость количества произведенного товара от количества используемого труда (L) и капитала (K)). Ваша задача – восстановить функцию издержек фирмы $TC(Q)$, показывающую зависимость минимальных издержек на производство Q единиц товара. Для этого для каждого значения Q вам необходимо вычислить оптимальное количество труда и капитала. Во всех пунктах считайте, что стоимость единицы капитала равна $r = 4$, а стоимость единицы труда $w = 1$.

- (а) $Q = K^2 + L^2$, $L \leq 2$
- (б) $Q = KL + K + L$
- (в) $Q = 10K - K^2 + L$
- (г) $Q = 10K + L$, $K \leq 10$, $L \leq 10$
- (д) $Q = \sqrt{KL} \sqrt{KL} \sqrt{KL} \sqrt{\dots}$
- (е) $Q = \min(2K + L; K + 2L)$
- (ж) $Q = \min(6K + L; 2K + 2L)$
- (з) $Q = \max(6K + L; 2K + 2L)$

Задача 28 ***

На некотором предприятии производственная функция описывается уравнением $Q = \sqrt{KL}$. Фирма платит 16 д.е. за каждую единицу капитала и 4 д.е. за каждую единицу труда. Однако, если количество капитала, используемое на производстве, будет не меньше 16, то людям станет комфортнее работать, и фирма сможет понизить выплаты всем рабочим до 1 д.е. за единицу труда. Определите общую функцию издержек данной фирмы.

Задача 29 ****

Василий хочет собрать немножко орехов. Он может трясти либо каштановое дерево, либо грецкий орех. Если он трясет каштановое дерево, то за каждый час его тряски Василию падает ровно два ореха. Если трясти один грецкий орех t часов, то из него выпадет $4\sqrt{t}$ грецких орехов. Каштановое дерево одно, а вот грецких орехов вокруг растет много. Постройте производственную функцию, показывающую зависимость максимального количества собранных орехов (M) от количества деревьев - грецких орехов (G) и времени, которое Василий готов потратить на добычу орехов (T).

Задача 30 ****

Фирма имеет два завода, производственные функции которых отличаются друг от друга. На первом заводе производственная функция выглядит как $Q_1 = 4\sqrt{K_1} + L_1$, а на втором — $Q_2 = \sqrt{K_2}L_2$. Фирма уже имеет фиксированное количество каждого фактора производства: $L = 4$, $K = 4$. Как фирме стоит распределить это количество между заводами, чтобы произвести как можно больше товара?

4.4 Ответы

1)

Q	FC	VC	AC	AVC	AFC	MC	TC	P	TR	MR	Π	МП
0	20	0	-	-	-	-	20	-	0	-	-20	-
1	20	40	60	40	20	40	60	180	180	180	120	140
2	20	100	60	50	10	60	120	120	240	60	120	0
3	20	360	$\frac{380}{3}$	120	$\frac{20}{3}$	260	380	90	270	30	-110	-230

2) а) $TC(8) = 324$ б) $AC(10) = 42$ в) $VC(12) = 432$ г) $AFC(20) = 5$ д) $MC(4) = 26$

3) 1.875

4) а) $FC = 234, VC = Q^2 + 21Q$ б) $FC = 21, VC = \sqrt{2Q^2 + 81} - 9$ в) $FC = 100, VC = \begin{cases} Q^2 + 20Q, & Q \leq 20 \\ Q^2 + 400, & Q > 20 \end{cases}$ 5) $VC = Q^2 + 10Q, FC = 100, AVC = Q + 10, AFC = \frac{100}{Q}, AC = Q + 10 + \frac{100}{Q}, MC = 2Q + 10.$

6) а) 4

б) $\frac{40}{7}$

в) 100

г) 25

д) 80

е) 40

7) 50%

8) $X > \frac{100}{3}\%$

9) 490

10) Увеличилась на 25%

11) а) $TC = 1000 + 10Q^2$

б) 100

12) а) Постоянная

б) Положительная

в) Постоянная

г) Отрицательная

д) Отрицательная

е) Положительная

ж) Отрицательная

з) Положительная

13) а) $VC = \frac{3}{4}Q^2$

б) Отрицательной

в) 15

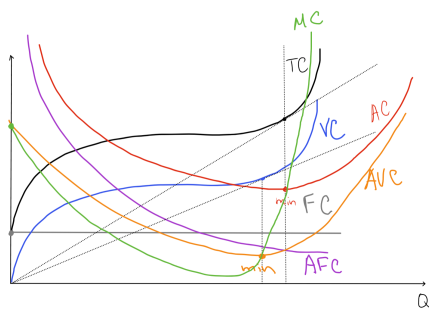
г) 1

д) 18

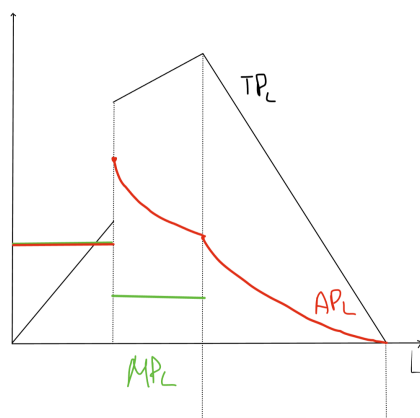
е) $\frac{2}{5}$

ж) 12

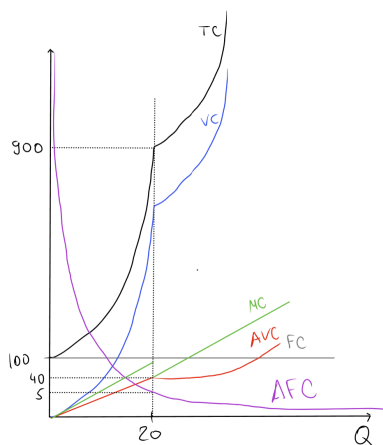
14)



15)



16)



17) $TC = 150Q + 60$

18) а) $Q_1 = 6, Q_2 = 6$

б) $Q_1 = 4, Q_2 = 8$

в) $Q_1 = 0, Q_2 = 12$

г) $Q_1 = 7, Q_2 = 5$

д) $Q_1 = 0, Q_2 = 12$

19) а) $TC = \frac{Q^2}{2}$

б) $TC = \frac{2Q^2}{3}$

в) $TC = 6Q$

г) $TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 6 \\ 12Q - 36, & Q > 6 \end{cases}$

д) $TC = \begin{cases} Q^2 + 10Q, & Q \leq 10 \\ \frac{1}{2}Q^2 + 20Q - 50, & Q > 10 \end{cases}$

е) $TC = \begin{cases} 10Q, & Q \leq 6 \\ 16Q - Q^2, & 6 < Q < 8 \\ 10Q - 16, & Q \geq 8 \end{cases}$

ж) $TC = \sqrt{Q}$

з) $TC = \begin{cases} 10Q, & Q \leq 30 \\ 6Q + 120, & Q > 30 \end{cases}$

20) а) $TC = \frac{5}{9}Q^2$

б) $TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 5 \\ 10Q - 25, & 5 < Q < 10 \\ \frac{1}{4}Q^2 + 5Q, & Q \geq 10 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
\text{в) } TC &= \begin{cases} \frac{1}{4}Q^2 + 5Q, & Q \leq 10 \\ 10Q - 25, & Q \geq 10 \end{cases} \\
\text{г) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 4 \\ 10Q - 24, & 4 < Q < 14 \end{cases} \\
\text{д) } TC &= \begin{cases} \sqrt{Q}, & Q \leq 16 \\ 4 + 4\sqrt{Q - 16}, & 16 < Q < \frac{289}{4} \\ 4\sqrt{Q}, & Q \geq \frac{289}{4} \end{cases} \\
\text{е) } TC &= \frac{12}{27}Q^3 \\
\text{ж) } TC &= \begin{cases} Q^4, & Q \leq 2 \\ 32Q - 48, & Q \geq 2 \end{cases} \\
\text{з) } TC &= \begin{cases} 10Q, & Q \leq 2 \\ Q^2 + 16, & 2 < Q < 5 \\ 10Q - 9, & Q \geq 5 \end{cases} \\
\text{и) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 10 \\ \frac{1}{2}Q^2 + 50, & 10 < Q \end{cases} \\
\text{к) } TC &= \frac{1}{3}Q^2 \\
\text{л) } TC &= \begin{cases} 6Q, & Q \leq 6 \\ 10Q - 24, & 6 < Q < 16 \\ 12Q - 56, & 16 \leq Q \leq 28 \end{cases} \\
\text{м) } TC &= \begin{cases} 16Q - Q^2, & Q \leq 4 \\ 20Q - 2Q^2, & 4 < Q < 5 \\ -Q^2 + 26Q - 55, & 5 \leq Q \leq 5.5 \\ 16Q - Q^2, & 5.5 < Q < 8 \\ -2Q^2 + 52Q - 224, & 8 \leq Q \leq 13 \end{cases} \\
\text{н) } TC &= \begin{cases} 2Q, & Q \leq 36 \\ 12\sqrt{Q}, & 36 < Q \end{cases} \\
\text{о) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 5 \\ \frac{1}{2}Q^2 + 5Q - \frac{25}{2}, & 5 < Q < 15 \\ \frac{1}{3}Q^2 + 10Q - 50, & 15 \leq Q \end{cases} \\
\text{п) } TC &= \begin{cases} 2Q^2, & Q \leq 4 \\ 32Q - 2Q^2 - 64, & 4 < Q < 8 \\ 2Q^2 - 32Q + 192, & 8 \leq Q \end{cases} \\
\text{р) } TC &= \begin{cases} \frac{1}{2}Q^2, & Q \leq 12 \\ \frac{1}{2}Q^2 - 8Q + 96, & 12 < Q \end{cases}
\end{aligned}$$

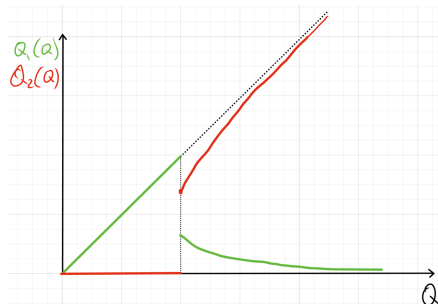
$$c) TC = \begin{cases} \frac{1}{2}Q^2, & Q \leq 20 \\ Q^2 - 20Q + 200, & 20 < Q < 50 \\ \frac{1}{2}Q^2 + 10Q - 50 & 50 \leq Q \end{cases}$$

21) Один завод при $Q < 1$, два завода при $1 < Q < 3$, три завода при $Q > 3$.

$$22) TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 8 \\ 16Q - 64, & 8 < Q \end{cases}$$

$$23) TC = \begin{cases} 12Q, & Q \leq 4 \\ 20Q - 2Q^2 & 4 < Q < 5 \\ 12Q - 10 & 5 \leq Q \leq 2 + \sqrt{14} \\ 16Q - Q^2 & 2 + \sqrt{14} < Q < 8 \\ 12Q - 32 & 8 \leq Q \leq 12 \\ 52Q - 2Q^2 - 224 & 12 < Q < 13 \\ 12Q - 42 & 13 \leq Q \end{cases}$$

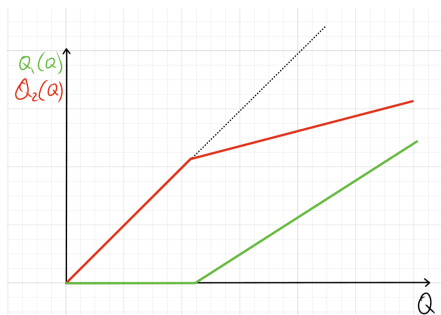
24) а) Сначала $Q_1 = Q$, $Q_2 = 0$, потом $MC_1 = MC_2$.



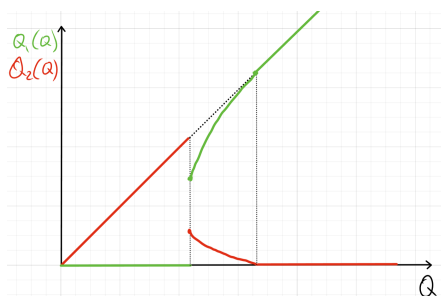
б) При $a > b$ производим только на 2 заводе, а при $a < b$ только на первом (при $a = b$ безразлично на каком). На графике первый вариант:



в) Сначала производим только на первом заводе, а затем $MC_1 = MC_2$,
 то есть: $TC = \begin{cases} bQ^2, & Q \leq \frac{c}{2b} \\ \frac{ab}{a+b}Q^2 + \frac{bc}{a+b}Q - \frac{c^2}{4a+4b}, & \frac{c}{2b} < Q \end{cases}$



г) При низких c сначала производим только на первом заводе, а затем $MC_1 = MC_2$, и после все только на втором. При высоких c сначала производим только на первом заводе, а затем сразу только на втором. Оба варианта графиков, соответственно:

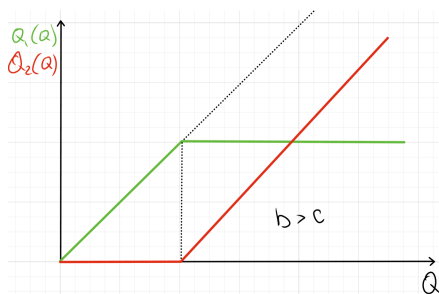
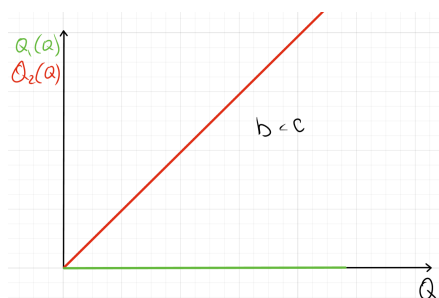


д) Все на первом заводе при $a < b$ и все на втором заводе при $b > a$.
Второй вариант на графике:

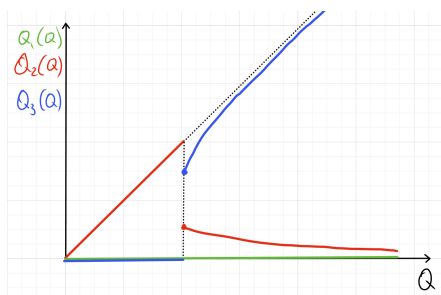
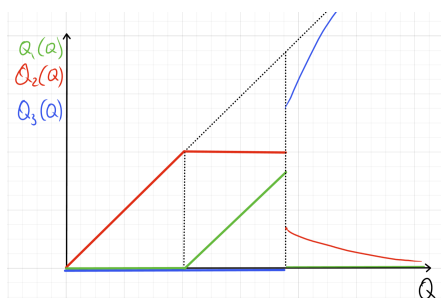


е) При $b < c$ все производим только на втором заводе, при $b > c$ сначала на первом, потом на втором так, что $MC_1 = MC_2$. Издержки для второго варианта: $TC = \begin{cases} aQ^2 + cQ, & Q \leq \frac{b}{2a} \\ bQ - \frac{b^2 - 2bc}{4a}, & \frac{b}{2a} < Q \end{cases}$

Графики обоих вариантов:



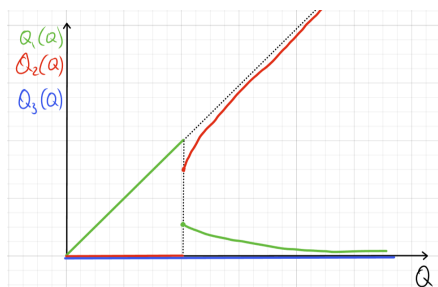
ж) При высоких c Сначала производим все на втором заводе, затем на первом при условии $MC_1 = MC_2$, а затем на втором и третьем при условии $MC_2 = MC_3$ и $Q_1 = 0$. При низких c Сначала производим все на втором заводе, а затем на втором и третьем при условии $MC_2 = MC_3$ и $Q_1 = 0$. Оба варианта, соответственно, на графиках:



з) Производим все только на одном заводе. Среди второго и третьего никогда не используем завод с более высоким коэффициентом. Сначала используем первый завод, а затем другой. Пример для $b < c$:

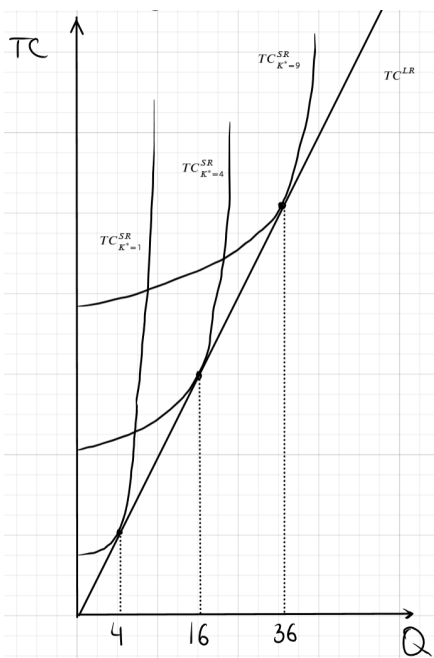


и) Среди второго и третьего никогда не используем завод с более высоким коэффициентом. Например, для $b < c$ сначала $Q_1 = Q$, $Q_2 = 0$, потом $MC_1 = MC_2$:

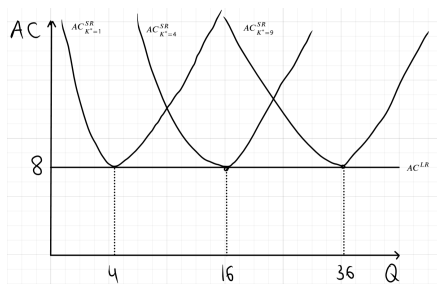


- 25) а) $TC = Q$
 б) $TC = \frac{4}{15}Q$
 в) $TC = 4\sqrt{Q}$
 г) $TC = 4Q$
 д) $TC = \sqrt{Q}$
 е) $TC = \frac{4}{5}Q^2$
 ж) $TC = 4.5Q$
 з) $TC = \frac{Q}{2}$
- 26) а) $TC_{K^*=1}^{SR} = Q^2 + 16$
 б) $TC_{K^*=4}^{SR} = \frac{Q^2}{4} + 64$
 в) $TC_{K^*=9}^{SR} = \frac{Q^2}{9} + 144$
 г) $TC^{LR} = 8Q$

д)



е) $AC_{K^*=1}^{SR} = Q + \frac{16}{Q}$, $AC_{K^*=4}^{SR} = \frac{Q}{4} + \frac{64}{Q}$, $AC_{K^*=9}^{SR} = \frac{Q}{9} + \frac{144}{Q}$, $AC^{LR} = 8$:



$$27) \text{ а) } TC = \begin{cases} \sqrt{Q} & Q \leq 4 \\ 2 + 4\sqrt{Q-4} & 4 < Q < \frac{289}{16} \\ 4\sqrt{Q} & \frac{289}{16} \leq Q \end{cases}$$

$$\text{б) } TC = \begin{cases} Q & Q \leq 3 \\ 4\sqrt{Q+1} - 5 & 3 < Q \end{cases}$$

$$\text{в) } TC = \begin{cases} 20 - \sqrt{25-Q} & Q \leq 21 \\ Q - 9 & 21 < Q \end{cases}$$

$$\text{г) } TC = \begin{cases} \frac{2}{5}Q & Q \leq 100 \\ Q - 60 & 100 < Q \leq 110 \end{cases}$$

$$\text{д) } TC = 4\sqrt{Q}$$

$$\text{е) } TC = Q$$

$$\text{ж) } TC = \frac{4}{5}Q$$

$$\text{з) } TC = \frac{1}{2}Q$$

$$28) \quad TC = \begin{cases} 16Q & Q \leq 64(2 - \sqrt{3}) \\ \frac{Q^2}{16} + 256 & 64(2 - \sqrt{3}) < Q \leq 64 \\ 8Q & 64 < Q \end{cases}$$

$$29) \quad M = \begin{cases} 4\sqrt{G \cdot T} & T \leq G \\ 2(G + T) & T > G \end{cases}$$

$$30) \quad K_1 = 4, K_2 = 0, L_1 = 4, L_2 = 0.$$

КПВ

5.1 Альтернативные издержки и преимущества стран

Задача 1 *

КПВ страны в производстве двух товаров задаётся уравнением $y = 12 - 2x$.

(а) Определите альтернативные издержки производства товара x .

(б) Определите альтернативные издержки производства товара y .

Задача 2 *

В некоторой стране производятся только два товара: губки и хлеб. Известно, что максимальное количество хлеба, доступное для производства, равно 100, а его альтернативные издержки постоянны и равны 2. Найдите уравнение КПВ для этой страны, а также нарисуйте КПВ на графике.

Задача 3 *

Страны А и Б производят пшеницу и нефть и торгуют ими. Известно, что производительность труда, с помощью которого и производятся эти товары, а стране А равна 10 т/месяц для пшеницы и 20 бар/месяц для нефти. В стране Б эти величины равны, соответственно, 20 т/месяц и 30 бар/месяц.

(а) Определите, какая страна обладает абсолютным преимуществом в производстве пшеницы.

(б) Определите, какая страна обладает абсолютным преимуществом в производстве нефти.

(в) Определите, какая страна обладает сравнительным преимуществом в производстве пшеницы.

(г) Определите, какая страна обладает сравнительным преимуществом в производстве нефти.

Задача 4 *

КПВ двух стран, торгующих друг с другом, имеют вид $y = 120 - 2x$ и $y = 100 - 4x$.

(а) Определите, какая из страна обладает сравнительным преимуществом в производстве товара x

(б) Определите, какая из страна обладает сравнительным преимуществом в производстве товара y

(в) Определите, какая из страна обладает абсолютным преимуществом в производстве товара x

(г) Определите, какая из страна обладает абсолютным преимуществом в производстве товара y

Задача 5 **

КПВ некоторой страны описывается следующим кусочным уравнением:

$$\begin{cases} y = 18 - 0.5x & x \leq 12 \\ y = 36 - 2x & x > 12 \end{cases}$$

Определите:

- (а) Альтернативные издержки производства пятой единицы x .
- (б) Альтернативные издержки производства первых пяти единиц y .
- (в) Альтернативные издержки производства шестнадцатой единицы y .
- (г) Альтернативные издержки производства двенадцатой единицы x .
- (д) Альтернативные издержки производства последних десяти единиц y .
- (е) Альтернативные издержки производства всех восемнадцати единиц x .

Задача 6 **

КПВ страны задаётся уравнением $y = 36 - x^2$, причем количество товара x может являться только целым числом. Определите:

- (а) Альтернативные издержки производства первой единицы x .
- (б) Альтернативные издержки производства третьей единицы x .
- (в) Альтернативные издержки производства последних двух единиц x .
- (г) Альтернативные издержки производства первых 11 единиц y .
- (д) Альтернативные издержки производства последних 9 единиц y .

Задача 7 **

КПВ страны задаётся уравнением $y = 16 - \frac{x^2}{16}$, количество каждого товара может быть нецелым. Определите:

- (а) Альтернативные издержки производства x при $x = 4$.
- (б) Альтернативные издержки производства y при $x = 16$.
- (в) Альтернативные издержки производства x при $x = 16$.
- (г) Альтернативные издержки производства x при $y = 16$.

Задача 8 **

Страны А и Б производят вино (v) и одуванчики (d) и торгуют ими. Известно, что оба товара производятся только с помощью труда, запас которого равен 1000 в стране А и 500 в стране Б. Товары производятся с постоянными издержками, причем КПВ страны А имеет вид $v = 100 - 2d$, а КПВ страны Б имеет вид $v = 80 - d$.

(а) Определите, какая страна обладает абсолютным преимуществом в производстве вина.

(б) Определите, какая страна обладает абсолютным преимуществом в производстве одуванчиков.

(в) Определите, какая страна обладает сравнительным преимуществом в производстве вина.

(г) Определите, какая страна обладает сравнительным преимуществом в производстве одуванчиков.

5..2 Построение КПВ

Задача 9 * Представьте, что вы пришли в магазин, имея 100 рублей в кармане. Карандаш стоит 5 рублей, а ручка – 10 рублей.

- (а) Чему равны альтернативные издержки покупки одного карандаша?
- (б) Чему равны альтернативные издержки покупки одной ручки?

(в) Найдите уравнение вашей Кривой Покупных Возможностей и постройте её график.

Задача 10 *

Производительность труда в производстве гаек равна 3, а в производстве болтов равна 2. Всего в распоряжении фирмы имеется 60 единиц труда.

(а) Постройте КПВ фирмы в координатах гайки-болты.

(б) Известно, что фирма продаёт комплект из одной гайки и одного болта за 10 рублей. Какую максимальную выручку может получить фирма?

Задача 11 *

У вас в наличии есть три различных фактора производства в следующем объеме: $A = 36$, $B = 24$, $C = 12$. Из данных факторов вы можете производить товары X и Y . Для каждой из следующих технологий постройте вашу КПВ в производстве этих товаров:

(а) Для производство каждого товара вам нужна единица любого фактора производства.

(б) Для производства каждого товара вам нужна единица каждого фактора производства.

Задача 12 *

Известно, что издержки производства каждого товара в стране постоянны, и изначально КПВ её имела вид $y = 100 - 2x$. В результате научно-технического прорыва производительность товара x выросла в два раза, а товара y – в три раза.

(а) Рассчитайте, как изменились альтернативные издержки производства товара x .

(б) Найдите уравнение новой КПВ страны и изобразите её на графике.

Задача 13 *

Мэр города N-ска собрался облагородить его зелеными насаждениями. Мэр обладает бюджетом в 1 миллион рублей, которые он может тратить на закупки скамеек, дорожек и деревьев. Одна скамейка стоит 10 тыс. рублей, одна дорожка стоит 50 тыс. рублей, а одно дерево стоит 1 тыс. рублей.

Мэр решил разбить в городе скверы и парки. Для постройки одного сквера необходимо 50 деревьев, 5 скамеек и две дорожки. Для постройки одного парка необходимо 80 деревьев, 2 дорожки и 7 скамеек. Постройте КПВ мэра в координатах (скверы;парки).

Задача 14 **

Производственная функция некой фирмы в производстве иксов имеет вид $x = 4\sqrt{L_x}$, а в производстве игреков – $y = \frac{L_y}{2}$. Всего в распоряжении фирмы есть 16 единиц труда. Определите уравнение КПВ фирмы и постройте её график.

Задача 15 **

Иван собирает подарки детям на день рождения. В распоряжении Ивана есть 150 купонов в магазин «Мир Детей», на которые он может покупать мягкие игрушки (стоят 1 купон), машинки (стоят 5 купонов) или конструкторы (стоят 10 купонов). Иван собирает Большие подарки (x) и Маленькие подарки (y). В

большой подарок он всегда кладет конструктор, 10 мягких игрушек и машинку. В Маленький подарок он кладет только конструктор и 5 мягких игрушек. Постройте КПВ Ивана в координатах $(x; y)$.

Задача 16 **

Компания, производящая машины и мотоциклы, хочет оценить свою КПВ. Известно, что максимальное количество мотоциклов, которое она может произвести, равно 300. Причем, альтернативные издержки первых 10 машин равны 10 мотоциклов за единицу, следующих 10 машин равны 15 мотоциклов за единицу, а всех остальных машин равны 25 мотоциклов за машину. Постройте КПВ данной компании в координатах (машины; мотоциклы).

Задача 17 **

На некотором заводе, производящем хваты (x) и ухваты (y) есть четыре цеха, в каждом из которых трудятся $L = 120$ рабочих. Производственные функции каждого цеха отличаются:

1. В первом цехе чтобы произвести a хватов и b ухватов, нужно $2a$ и $3b$ работников соответственно.
2. Во втором цехе t работников могут произвести $3t$ хватов или $4t$ ухватов.
3. В третьем цехе на n хватов требуется $\frac{n^2}{2}$ работников, а s работников могут сделать $\frac{s}{4}$ ухватов.
4. В четвертом цехе $2y^2$ работников нужно, чтобы произвести y ухватов, и $3x$ работников необходимо, чтобы произвести x хватов.

Найдите и изобразите на графике КПВ каждого из этих цехов.

Задача 18 **

Фирма производит капиталоемкие товары (X) и трудоёмкие товары (Y). Для производства капиталоемких товаров требуется две единицы капитала и одна единица труда. Для трудоемких товаров требуется одна единица капитала и две единицы труда. Однако, запасом капитала фирма не обладает, и его тоже необходимо произвести с помощью труда: так, одна единица труда может произвести две единицы капитала. Всего фирма обладает запасом в 60 единиц труда. Постройте КПВ этой фирмы в координатах $(X; Y)$.

Задача 19 **

У вас в наличии есть три различных фактора производства в следующем объеме: $A = 36$, $B = 24$, $C = 12$. Из данных факторов вы можете производить товары X и Y . Для каждой из следующих технологий постройте вашу КПВ в производстве этих товаров:

(а) Для производства товара X вам нужны 4 единицы A и одна единица C . Для производства товара Y вам нужны 3 единицы B и одна единица C .

(б) Для производства товара X вам нужны 3 единицы A , 3 единицы B и одна единица C . Для производства товара Y вам нужны 2 единицы A , 1 единица B и одна единица C .

Задача 20 ***

Афанасий, чьи силы для работы над своими кулинарными шедеврами ограничены в течение дня, тратит постоянный уровень усилий на все свои задачи. Если он будет только закупаться ингредиентами для блинов в магазине, то сможет закупить ингредиентов на 120 блинов. Если он будет только закупаться вареньем в магазине, то сможет закупить 40 банок варенья. Если он будет только готовить, то сможет приготовить 160 блинов с начинкой или без начинки из уже имеющихся ингредиентов. Известно, что для приготовления блина без начинки необходимо использовать ингредиентов на один блин и усилия для его готовки, а для приготовления блина с начинкой необходима еще и четверть банки варенья. Постройте КПВ Афанасия в координатах (блины без начинки; блины с начинкой).

Задача 21 ***

У пожилого фермера, который выращивает на своих полях рожь (X) и пшеницу (Y), есть всего три поля. Уравнения их КПВ имеют следующий вид: $y_1 = 12 - 2x_1$, $y_2 = 9 - x_2$, $y_3 = 6 - \frac{1}{2}x_3$. Фермер сам работать на поле не может, так что он отправляет для работы на полях своих сыновей. Один сын может обработать только одно из трёх полей. Постройте общую КПВ фермера в производстве растительных культур, если:

- (а) У него есть один сын.
- (б) У него есть два сына.
- (в) У него есть три сына.

Задача 22 ***

У вас в наличии есть три различных фактора производства в следующем объеме: $A = 36$, $B = 24$, $C = 12$. Из данных факторов вы можете производить товары X и Y . Для каждой из следующих технологий постройте ваше КПВ в производстве этих товаров:

(а) Существуют две технологии производства товара X : по первой технологии вы можете его сделать, используя 3 единицы A и одну единицу B , а по второй технологии вы можете его сделать, используя лишь одну единицу C . Для производства товара Y также существуют две технологии: по первой технологии вы можете произвести его, используя одну единицу A и две единицы B . По второй технологии вы можете произвести его, используя две единицы C . Вы можете комбинировать эти технологии, то есть часть товаров производить по одной технологии, а часть товаров – по другой.

(б) Существуют две технологии производства товара X : по первой технологии вы можете его сделать, используя 12 единиц A и одну единицу C , а по второй технологии вы можете его сделать, используя 3 единицы B и одну единицу C . Для производства товара Y также существуют две технологии: по первой технологии вы можете произвести его, используя 4 единицы A и две единицы C . По второй технологии вы можете произвести его, используя 6 единиц B и 2 единицы C . Вы можете комбинировать эти технологии, то есть часть товаров производить по одной технологии, а часть товаров – по другой.

Задача 23 ***

Волшебник задумал построить своё поместье, используя изумруды и кирпичи. В наличии у него имелось ровно 90 изумрудов и 288 кирпичей. Для постройки поместья сначала нужно подготовить строительные материалы: блоки, трубы и волшебный цемент. Для одного блока требуется 4 кирпича и один изумруд. Для одной трубы требуется 12 кирпичей и один изумруд. А для волшебного цемента требуются лишь 2 изумруда.

Далее из готовых стройматериалов можно производить уже дома и пристройки: именно из них и будет состоять поместье волшебника. Для постройки дома волшебнику необходимы 6 блоков, одна труба и 4 единицы волшебного цемента. Для постройки пристройки волшебнику необходимо 5 блоков, одна труба и 1.5 единицы волшебного цемента. Постройте КПВ волшебника в координатах (дома;пристройки).

Задача 24 ****

У вас в наличии имеется 2 фактора производства: $A = 36$, $B = 24$. Вы можете производить из данных факторов три различных товара: X , Y и Z . Для производства единицы X требуется одна единица A и две единицы B . Для производства товара Y требуется две единицы A и одна единица B . Для производства одного товара Z требуется всего-навсего одна единица A . Постройте ваше КПВ в координатах $(X; Y; Z)$ и изобразите его на трехмерном графике.

Задача 25 ****

Производственная функция фирмы, владеющей запасом труда, равным параметру L , имеет следующий вид для каждого из товаров, который фирма производит:

$$x = \begin{cases} L_x & L_x \leq 10 \\ 2L_x - 10 & L_x > 10 \end{cases}$$
$$y = \begin{cases} L_y & L_y \leq 10 \\ 2L_y - 10 & L_y > 10 \end{cases}$$

Для каждого возможного значения L постройте КПВ данной фирмы.

5.3 Сложение КПВ

Задача 26 *

Для каждого из следующих пунктов сложите КПВ, опишите функцию суммарной КПВ аналитически и постройте её график:

(а) $y_1 = 12 - 2x_1$, $y_2 = 6 - \frac{1}{2}x_2$

(б) $y_1 = 12 - 2x_1$, $y_2 = 6 - 2x_2$

Задача 27 **

Для каждого из следующих пунктов сложите КПВ, опишите функцию суммарной КПВ аналитически и постройте её график:

(а) $y_1 = 18 - x_1$, $y_2 = 18 - 2x_2$, $y_3 = 18 - 3x_3$

(б) $y_1 = 12 - \frac{3}{2}x_1$, $y_2 = \begin{cases} 9 - \frac{1}{2}x_2 & x_2 \leq 6 \\ 18 - 2x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$

(в) $y_1 = \begin{cases} 6 - \frac{1}{3}x_1 & x_1 \leq 6 \\ 13 - \frac{3}{2}x_1 & x_1 > 6 \end{cases}$, $y_2 = \begin{cases} 9 - \frac{1}{2}x_2 & x_2 \leq 6 \\ 18 - 2x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$

(г) $y_1 = 12 - \frac{1}{2}x_1$, $y_2 = \begin{cases} 18 - 2x_2 & x_2 \leq 6 \\ 12 - x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$

(д) $y_1 = 16 - x_1^2$, $y_2 = 12 - 4x_2$

(е) $y_1 = 9 - x_1^2$, $y_2 = 40 - 8x_2$

Задача 28 ***

Для каждого из следующих пунктов сложите КПВ, опишите функцию суммарной КПВ аналитически и постройте её график:

(а) $y_1 = 16 - x_1^2$, $y_2 = 36 - x_2^2$

(б) $y_1 = 36 - x_1^2$, $y_2 = 20 - 2x_2$, $y_3 = 20 - 6x_3$

(в) $x_1^2 + y_1^2 = 100$, $x_2^2 + y_2^2 = 225$

(г) $x_1^2 + y_1^2 = 400$, $y_2 = 24 - \frac{3}{4}x_2$

(д) $y_1 = 12 - x_1$, $y_2 = \begin{cases} 18 - 2x_2 & x_2 \leq 6 \\ 9 - \frac{1}{2}x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$

Задача 29 ****

Для каждого из следующих пунктов сложите КПВ, опишите функцию суммарной КПВ аналитически и постройте её график:

(а) $y_1 = (3 - x_1)^2$, $x_1 \leq 3$, $y_2 = 8 - 2x_2$

(б) $y_1 = 32 - 4x_1 - x_1^2$, $y_2 = 25 - x_2^2$, $y_3 = 40 - 8x_3$

(в) $y_1 = \begin{cases} 12 - \frac{3}{2}x_1 & x_1 \leq 6 \\ 5 - \frac{1}{3}x_1 & x_1 > 6 \end{cases}$, $y_2 = \begin{cases} 9 - \frac{1}{2}x_2 & x_2 \leq 6 \\ 18 - 2x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$

5.4 Торговля в КПВ

Задача 30 *

Две страны торгующие друг с другом товарами x и y , имеют следующие КПВ:

$$y_1 = 100 - 4x_1$$

$$y_2 = 150 - 3x_2$$

Определите, кто из них будет экспортёром, а кто импортером каждого из этих товаров.

Задача 31 *

Одна страна выращивает овощи: помидоры (x) и огурцы (y). В каждом из пунктов определите, какое максимальное количество **овощей** может произвести эта страна:

(а) $y = 100 - 2x$

(б) $y = 16 - x$

Задача 32 *

Для каждого пункта найдите, при каком соотношении цен $\left(\frac{P_x}{P_y}\right)$ возможна торговля между следующими странами:

(а) $y_1 = 10 - 2x_1, y_2 = 20 - 2x_2$

(б) $y_1 = 1000 - 2x_1, y_2 = 1000 - 5x_2$

Задача 33 **

Две страны торгующие друг с другом товарами x и y , имеют следующие КПВ:

$$y_1 = 8 - 4x_1$$

$$y_2 = 9 - a \cdot x_2$$

Известно, что вторая страна при торговле экспортирует товар x . Определите, какие значения может принимать параметр a .

Задача 34 **

Одна страна выращивает овощи: помидоры (x) и огурцы (y). В каждом из пунктов определите, какое максимальное количество **овощей** может произвести эта страна:

(а) $y = \begin{cases} 18 - \frac{1}{2}x & x \leq 4 \\ 28 - 3x & x > 4 \end{cases}$

(б) $y = 16 - \frac{x^2}{4}$

(в) $y = \begin{cases} 20 - 4x & x \leq 4 \\ 6 - \frac{1}{2}x & x > 4 \end{cases}$

Задача 35 **

Для каждого пункта найдите, при каком соотношении цен $\left(\frac{P_x}{P_y}\right)$ возможна торговля между следующими странами:

$$(a) \ y_1 = 120 - 2x_1, \ y_2 = \begin{cases} 18 - x_2 & x_2 \leq 6 \\ 30 - 3x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$$

$$(б) \ y_1 = 60 - x_1, \ y_2 = \begin{cases} 30 - 2x_2 & x_2 \leq 10 \\ 60 - 5x_2 & x_2 > 10 \end{cases}$$

Задача 36 **

Для каждого из следующих пунктов найдите КТВ каждой страны при условии, что страны торгуют по обменному курсу $\frac{P_x}{P_y} = 2$ только друг с другом.

$$(a) \ y_1 = 12 - 2x_1, \ y_2 = 12 - 3x_2$$

$$(б) \ y_1 = 12 - x_1, \ y_2 = 12 - 3x_2$$

Задача 37 ***

Для каждого пункта найдите, при каком соотношении цен $\left(\frac{P_x}{P_y}\right)$ возможна торговля между следующими странами:

$$(a) \ y_1 = 16 - x_1^2, \ y_2 = 25 - x_2^2$$

$$(б) \ y_1^2 + x_1^2 = 100, \ y_2 = 20 - 4x_2$$

$$(в) \ y_1 = 4 - x_1^2, \ y_2 = \begin{cases} 25 - 2x_2 & x_2 \leq 5 \\ 40 - 5x_2 & x_2 > 5 \end{cases}$$

Задача 38 ***

Для каждого из следующих пунктов найдите КТВ каждой страны при условии, что страны торгуют по обменному курсу $\frac{P_x}{P_y} = 2$ только друг с другом.

$$(a) \ y_1 = 20 - 4x_1, \ y_2 = \begin{cases} 24 - x_2 & x_2 \leq 6 \\ 42 - 4x_2 & x_2 > 6 \end{cases}$$

$$(б) \ y_1 = \begin{cases} 20 - \frac{1}{2}x_1 & x_1 \leq 10 \\ 30 - \frac{3}{2}x_1 & x_1 > 10 \end{cases}, \ y_2 = \begin{cases} 20 - \frac{2}{3}x_2 & x_2 \leq 15 \\ 40 - 2x_2 & x_2 > 15 \end{cases}$$

$$(в) \ y_1 = 16 - x_1^2, \ y_2 = 20 - 4x_2$$

$$(г) \ y_1 = 16 - \frac{x_1^2}{4}, \ y_2 = 18 - \frac{x_2^2}{2}$$

Задача 39 ***

Некоторая страна, имеющая КПВ $y = 36 - x^2$, торговала с открытым миром по соотношению цен $\frac{P_x}{P_y} = 6$. Однако из-за геополитической напряженности на данную страну ввели санкции, запрещающие ей импортировать более 3 единиц любого товара. Определите новую КТВ данной страны с учетом этого ограничения.

Задача 40 ***

Елисей имеет небольшую мастерскую у себя в гараже. Он очень сильно устал, поэтому его КПВ в производстве тумбочек (x) и табуреток (y) имеет вид $y = 400 - \frac{x^2}{100}$. Его сосед, Петька, тоже производит стулья и табуретки по другим технологиям, и поэтому готов меняться с Елисеём, но лишь по выгодному

ему курсу. Так, Петька готов отдавать Елисею табуретку взамен на две тумбочки, или же тумбочку в замен на две табуретки. Постройте КТВ Елисея с учетом возможности такого обмена.

Задача 41 ****

Вам известно уравнение КПВ некоторой страны:

$$y = \begin{cases} 12 - 3x & x \leq 3 \\ 4 - \frac{1}{3}x & x > 3 \end{cases}$$

Данная страна может покупать или продавать товары в обмен друг на друга по соотношению цен $\frac{P_x}{P_y} = 2$, однако, она не может импортировать более 6 единиц любого товара. Изобразите на графике КТВ данной страны.

Задача 42 ****

КПВ рудодобывающего завода имеет следующий вид:

$$y_1 = \begin{cases} 18 - \frac{1}{2}x_1 & x_1 \leq 12 \\ 36 - 2x_1 & x_1 > 12 \end{cases}$$

Где x – количество железной руды, а y – количество медной руды. Одним утром выяснилось, что у одно из работников появились волшебные силы: он может изменять молекулярную структуру руды, и превращать руду из одной в другую. Так, он может превратить единицу железной руды в 3 единицы медной руды, и повторить такой фокус не более 12 раз. Точно также он может превратить единицу медной руды в 3 единицы железной руды, и тоже может повторить такой фокус не более 12 раз. Постройте новую КПВ рудодобывающего завода с учетом волшебных возможностей работника.

5.5 Оптимизация в КПВ

Задача 43 **

Для производства товаров x и y фирма использует труд (L) и капитал (K). Изначальные запасы этих ресурсов равны $L = 36$, $K = 64$. Для каждого пункта, используя приведенные в нём производственные функции товаров, постройте КПВ фирмы в координатах $(x; y)$:

(а) $x = 2L_x + 3K_x$, $y = L_y + 2K_y$

(б) $x = 2L_x + 3K_x$, $y = 3L_y$

Задача 44 ***

Для производства товаров x и y фирма использует труд (L) и капитал (K). Эти факторы производства фирма, обладающая бюджетом в 100 д.е. на их закупку, покупает на совершенно конкурентном рынке по ценам $w = 1$ и $r = 4$. Для каждого из пунктов, в которых обозначены производственные функции фирмы, определите КПВ фирмы в координатах $(x; y)$:

(а) $x = 2L_x + 3K_x$, $y = L_y + 2K_y$

(б) $x = L_x + 8K_x$, $y = L_y + 3K_y$

$$(в) \ x = L_x + 3K_x, \ y = L_y + 16\sqrt{K_y}$$

$$(г) \ x = L_x + 16\sqrt{K_x}, \ y = L_y + 16\sqrt{K_y}$$

$$(д) \ x = \min(K_x; L_x), \ y = L_y + 3K_y$$

Задача 45 ***

Для производства товаров x и y фирма использует труд (L) и капитал (K). Изначальные запасы этих ресурсов равны $L = 36$, $K = 100$. Для каждого пункта, используя приведенные в нём производственные функции товаров, постройте КПВ фирмы в координатах $(x; y)$:

$$(а) \ x = \sqrt{L_x K_x}, \ y = \sqrt{L_y K_y}$$

$$(б) \ x = 4L_x + 2\sqrt{K_x}, \ y = 3L_y + 2\sqrt{K_y}$$

$$(в) \ x = \min(K_x; L_x), \ y = L_y + 3K_y$$

Задача 46 ***

Фирма производит товары x и y , используя труд нанятых работников. Всего в штате имеется 24 человека, причем производительность каждого из них в производстве x равна 1.6, а в производстве y равна 3.6. Руководство фирмы раздумывает над тем, чтобы отправить часть работников на инженерные разработки, что может повысить производительность производства других работников (сами отправленные на разработки не участвуют в производстве товаров). Постройте КПВ в координатах $(x; y)$ для каждого из следующих пунктов:

(а) Каждый работник, отправленный на разработки, увеличивает производительность оставшихся работников в производстве товара x на 0.16.

(б) Каждый работник, отправленный на разработки, увеличивает производительность оставшихся работников в производстве товара y на 0.36.

(в) Каждый работник, отправленный на разработки, увеличивает производительность оставшихся работников в производстве товара x на 0.16. и y на 0.36.

Задача 47 ****

Для производства товаров x и y фирма использует труд (L) и капитал (K). Эти факторы производства фирма, обладающая бюджетом в 100 д.е. на их закупку, покупает на совершенно конкурентном рынке по ценам $w = 1$ и $r = 4$. Для каждого из пунктов, в которых обозначены производственные функции фирмы, определите КПВ фирмы в координатах $(x; y)$:

$$(а) \ x = \min(2K_x + L_x; K_x + 2L_x), \ y = \min(2K_y + L_y; K_y + 2L_y)$$

$$(б) \ x = \min(6K_x + L_x; K_x + 6L_x), \ y = \min(6K_y + L_y; K_y + 6L_y)$$

Задача 48 ****

Для производства товаров x и y фирма использует труд (L) и капитал (K). Изначальные запасы этих ресурсов равны $L = 36$, $K = 64$. Для каждого пункта, используя приведенные в нём производственные функции товаров, постройте КПВ фирмы в координатах $(x; y)$:

$$(а) \ x = \sqrt{K_x L_x}, \ y = L_y + 4K_y$$

$$(б) \ x = \sqrt{L_x} + \sqrt{K_x}, \ y = \sqrt{L_y} + \sqrt{K_y}$$

$$(в) \ x = \min(2K_x + L_x; K_x + 2L_x), \ y = \min(2K_y + L_y; K_y + 2L_y)$$

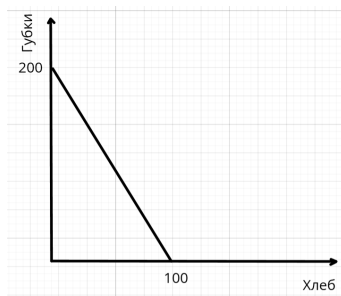
Задача 49 ****

Студент Рэм в свободное время пишет книги и составляет задачи для задачника. У него выдались два выходных, в которые он хочет хорошенько поработать над этими книгами и задачником. В первой половине субботы он решил отдохнуть, так что в субботу он будет работать всего 6 часов, а в воскресенье – 9 часов. Рэм знает, что в субботу он будет более продуктивен в написании книги: так, он сможет составлять 3 задачи в час или же написать 6 страниц книги. В воскресенье у него всегда настроение на задачник, так что его продуктивность составит 6 задач в час или же 3 страницы книги в час.

И вот однажды внезапно Рэму подарили курс писательского мастерства, который даёт заряд мотивации для Рэма на день и повышает его производительность в написании книги, если он посмотрит лекции в начале дня. Всего в курсе есть 4 лекции, каждая из которых повышает производительность Рэма на 0.5 страниц в час в день просмотра. Лекции бесконечно делимые: можно посмотреть часть лекции и получить часть её эффекта. Рэм сам решает, сколько лекций ему посмотреть в субботу и сколько лекций ему посмотреть в воскресенье, а лекция повышает производительность только в тот день, в который была просмотрена, и не тратит время, которое Рэм отводил на работу. Постройте КПВ Рэма за выходные в координатах (задачи;страницы книги).

5..6 Ответы

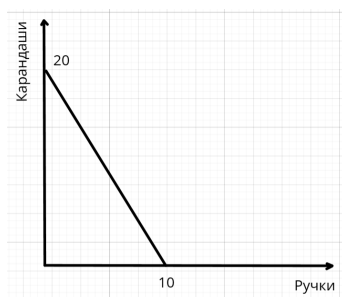
- 1) а) 2
б) $\frac{1}{2}$
2) $г = 200 - 2х$



- 3) а) Б
б) Б
в) А
г) Б
- 4) а) Первая
б) Вторая
в) Нельзя определить
г) Нельзя определить
- 5) а) 0.5
б) 2.5
в) 2
г) 0.5
д) 14
е) 18
- 6) а) 1
б) 5
в) 20
г) 1
д) 3
- 7) а) 0.5
б) 0.5
в) 2
г) 0
- 8) а) Б
б) Б
в) Б
г) А
- 9) а) 0.5 ручки

б) 2 карандаша

в) $k=20-2p$:

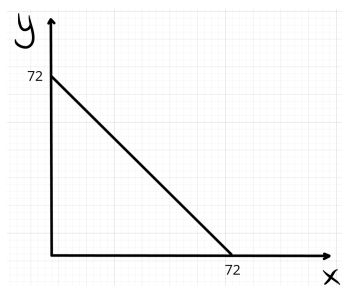


10) а) $r = 180 - 1.5b$:

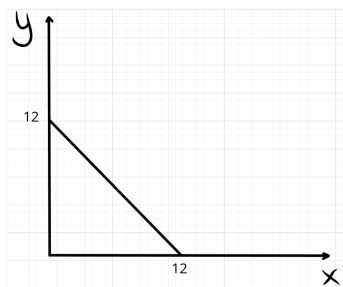


б) 720

11) а) $y = 72 - x$:

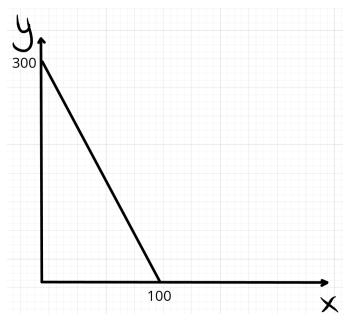


б) $y = 12 - x$:

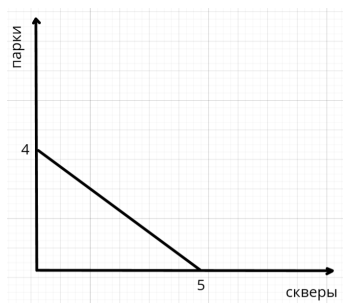


12) а) Были равны 2, а стали равны 3.

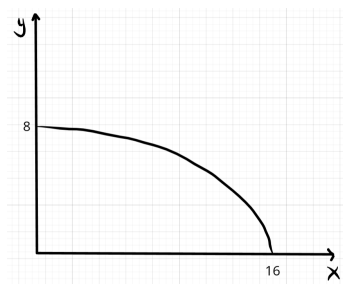
б) $y = 300 - 3x$:



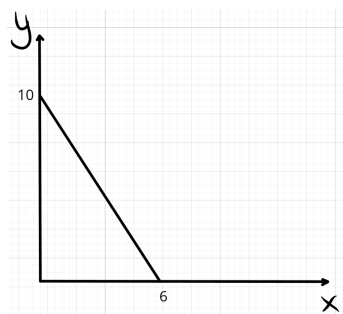
13) $p = 4 - 0.8s$:



14) $y = 8 - \frac{x^2}{32}$:



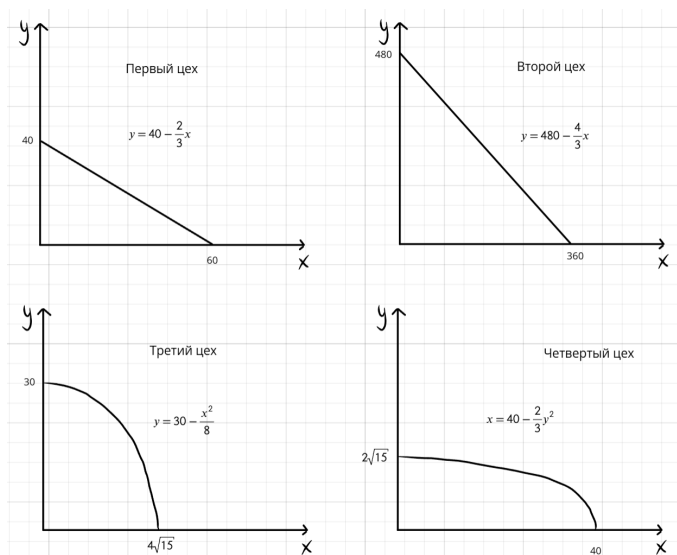
15) $y = 10 - \frac{5}{3}x$:



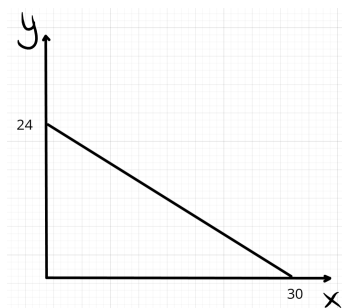
16)



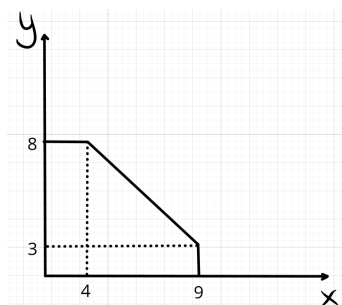
17)



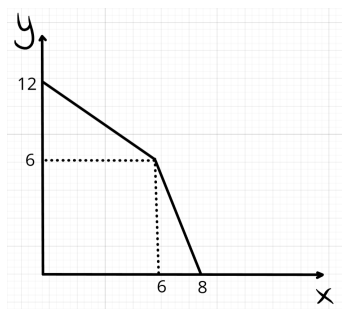
18)



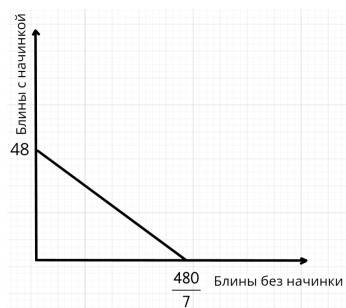
19) а)



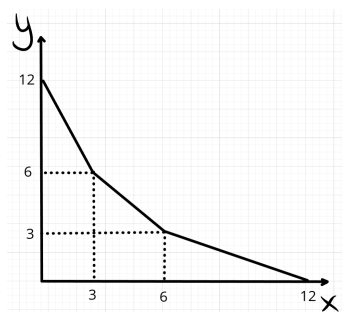
б)



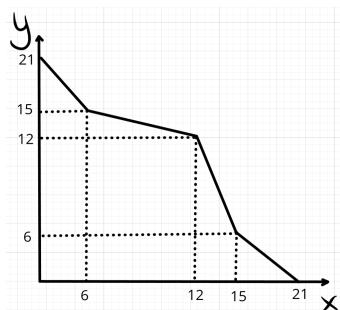
20)



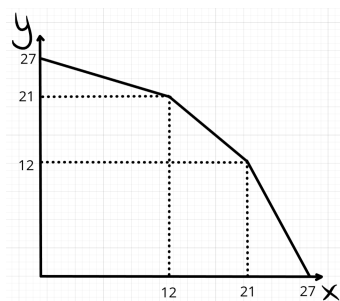
21) а)



б)



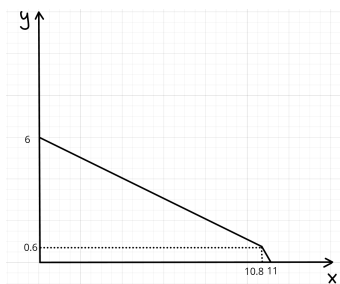
в)



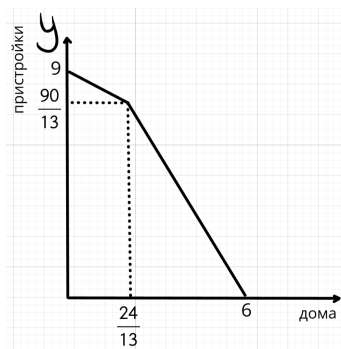
22) а)



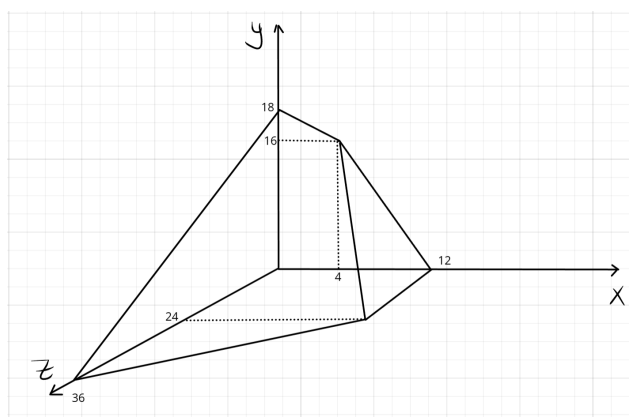
б)



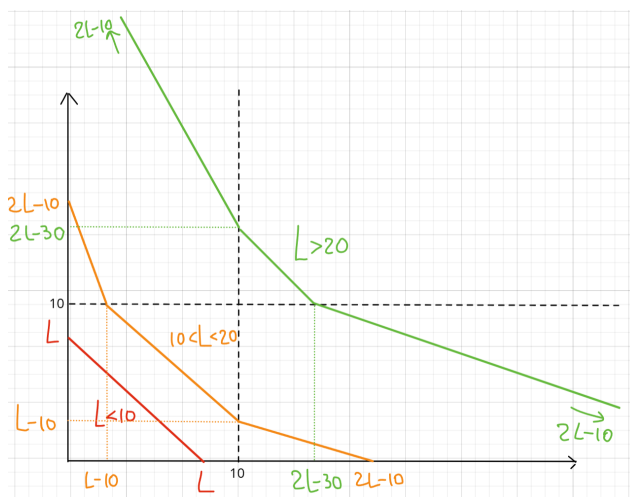
23)



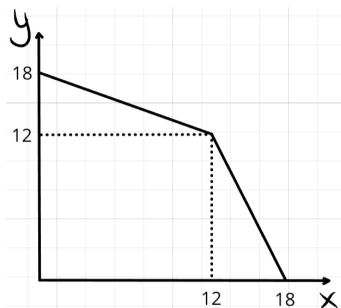
24)



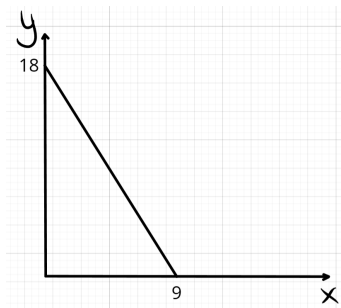
25)



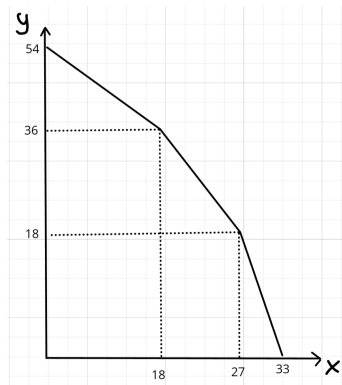
26) а) $y = \begin{cases} 18 - \frac{1}{2}x & x \leq 12 \\ 36 - 2x & x > 12 \end{cases}$



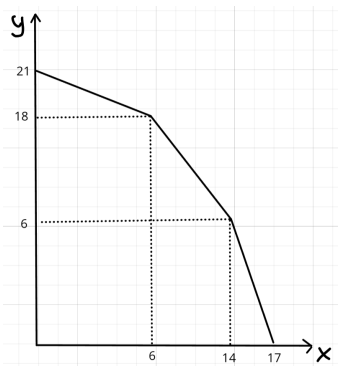
б) $y = 18 - 2x$



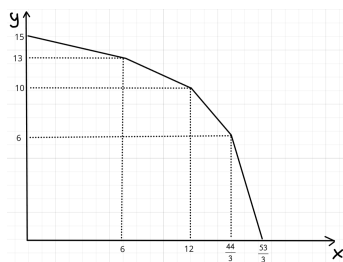
$$27) \text{ а) } y = \begin{cases} 54 - x & x \leq 18 \\ 72 - 2x & 18 < x \leq 27 \\ 99 - 3x & 27 < x \end{cases}$$



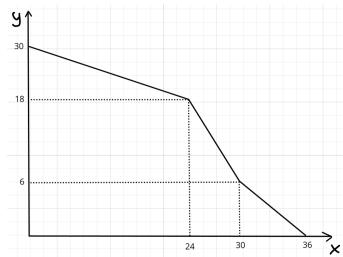
$$б) \ y = \begin{cases} 21 - \frac{1}{2}x & x \leq 6 \\ 27 - \frac{3}{2}x & 6 < x \leq 14 \\ 34 - 2x & 14 < x \end{cases}$$



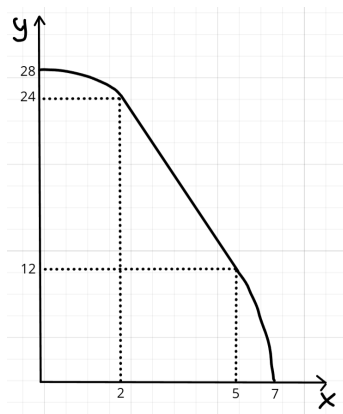
$$в) y = \begin{cases} 15 - \frac{1}{3}x & x \leq 6 \\ 16 - \frac{1}{2}x & 6 < x \leq 12 \\ 28 - \frac{3}{2}x & 12 < x \leq \frac{44}{3} \\ \frac{106}{3} - 2x & \frac{44}{3} < x \end{cases}$$



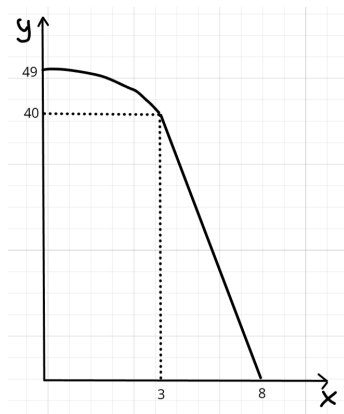
$$г) y = \begin{cases} 30 - \frac{1}{2}x & x \leq 24 \\ 66 - 2x & 24 < x \leq 30 \\ 36 - x & 30 < x \end{cases}$$



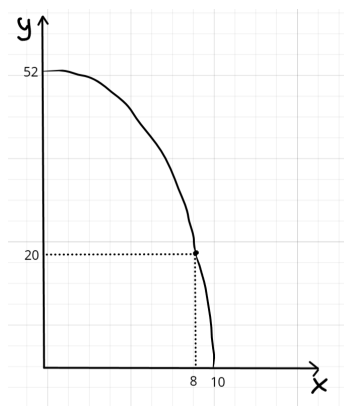
$$д) y = \begin{cases} 28 - x^2 & x \leq 2 \\ 32 - 4x & 2 < x \leq 5 \\ 16 - (x - 3)^2 & 5 < x \end{cases}$$



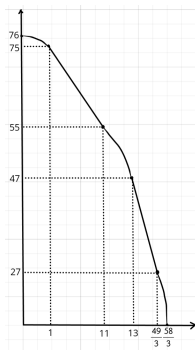
$$е) \ y = \begin{cases} 49 - x^2 & x \leq 3 \\ 64 - 8x & 3 < x \end{cases}$$



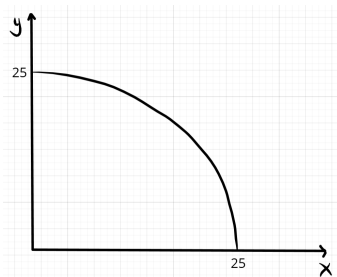
$$28) \ a) \ y = \begin{cases} 52 - \frac{x^2}{2} & x \leq 8 \\ 36 - (x - 4)^2 & 8 < x \end{cases}$$



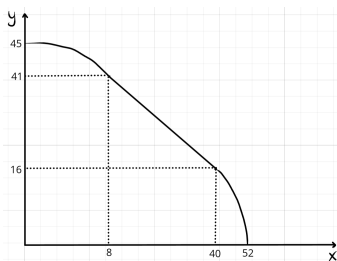
$$б) y = \begin{cases} 76 - x^2 & x \leq 1 \\ 77 - 2x & 1 < x \leq 11 \\ 56 - (x - 10)^2 & 11 < x \leq 13 \\ 125 - 6x & 13 < x \leq \frac{49}{3} \\ 36 - (x - \frac{40}{3})^2 & \frac{49}{3} < x \end{cases}$$



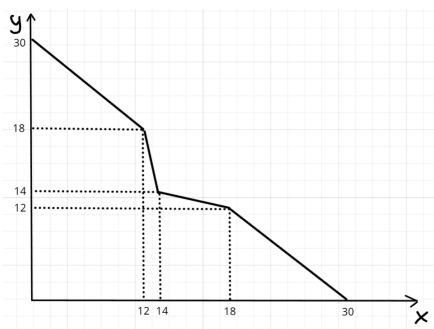
$$в) x^2 + y^2 = 625$$



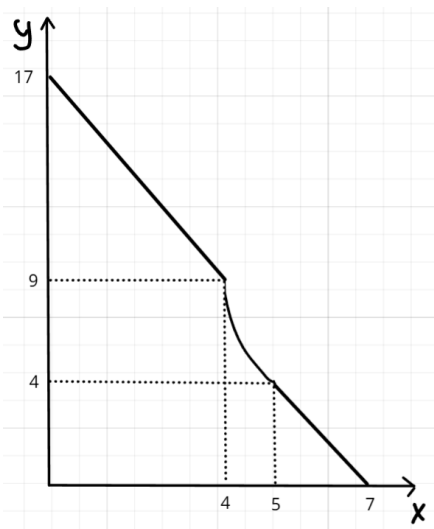
$$г) \begin{cases} x^2 + (y - 24)^2 = 400 & x \leq 12 \\ y = 47 - \frac{3}{4}x & 12 < x \leq 44 \\ (x - 32)^2 + y^2 = 400 & 44 < x \end{cases}$$



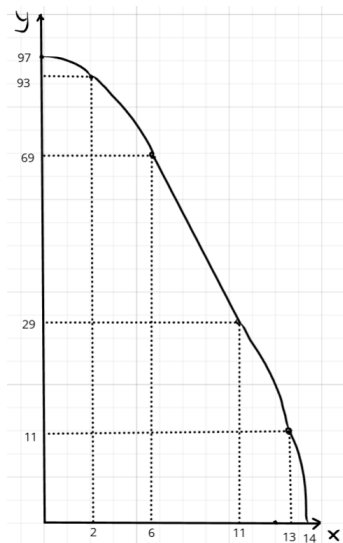
$$\text{д) } y = \begin{cases} 30 - x & x \leq 12 \\ 42 - 2x & 21 < x \leq 14 \\ 21 - \frac{1}{2}x & 14 < x \leq 18 \\ 30 - x & 18 < x \end{cases}$$



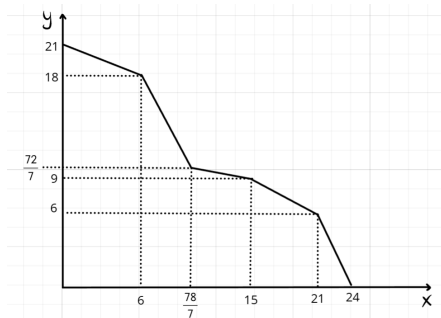
$$29) \text{ а) } y = \begin{cases} 17 - 2x & x \leq 4 \\ (7 - x)^2 & 4 < x \leq 5 \\ 14 - 2x & 5 < x \end{cases}$$



$$б) y = \begin{cases} 97 - x^2 & x \leq 2 \\ 99 - 2x - \frac{x^2}{2} & 2 < x \leq 6 \\ 117 - 8x & 6 < x \leq 11 \\ \frac{113}{2} + 3x - \frac{x^2}{2} & 11 < x \leq 13 \\ 16x - x^2 - 28 & 13 < x \end{cases}$$

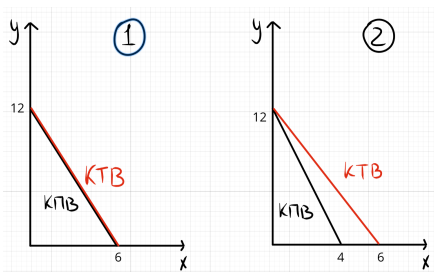


$$в) y = \begin{cases} 21 - \frac{1}{2}x & x \leq 6 \\ 27 - \frac{3}{2}x & 6 < x \leq \frac{78}{7} \\ 14 - \frac{1}{3}x & \frac{78}{7} < x \leq 15 \\ \frac{33}{2} - \frac{1}{2}x & 15 < x \leq 21 \\ 48 - 2x & 21 < x \end{cases}$$

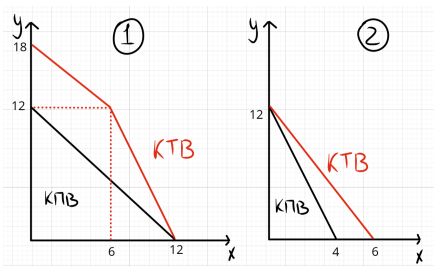


30) Первая страна экспортирует y , импортирует x . Вторая страна экспортирует x , импортирует y .

- 31) а) 100
 б) 16
- 32) а) $\frac{P_x}{P_y} = 2$
 б) $2 \leq \frac{P_x}{P_y} \leq 5$
- 33) $a < 4$
- 34) а) 20
 б) 17
 в) 20
- 35) а) $1 \leq \frac{P_x}{P_y} \leq 3$
 б) $1 \leq \frac{P_x}{P_y} \leq 5$
- 36) а)

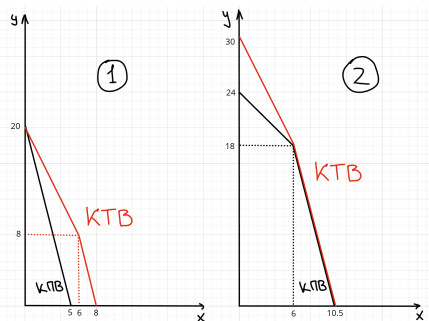


б)

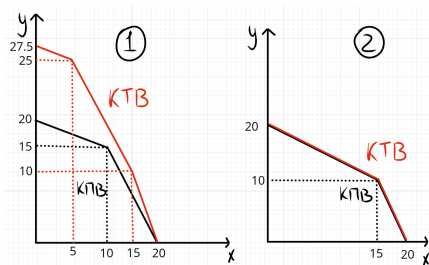


- 37) а) $0 \leq \frac{P_x}{P_y} \leq 10$
 б) При любых ценах
 в) $0 \leq \frac{P_x}{P_y} \leq 5$

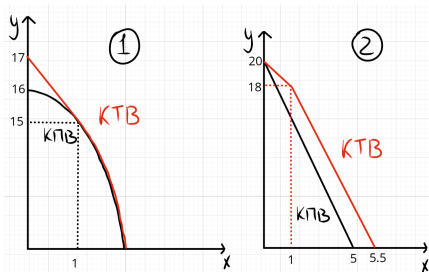
38) а)



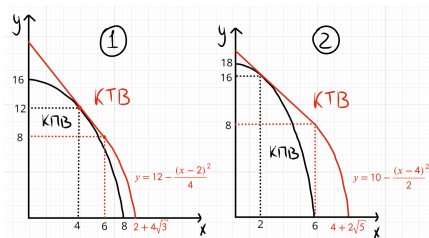
б)



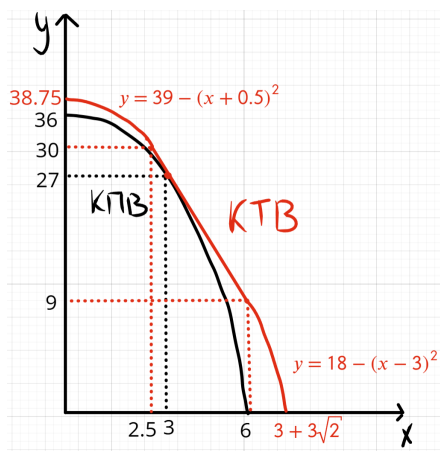
в)



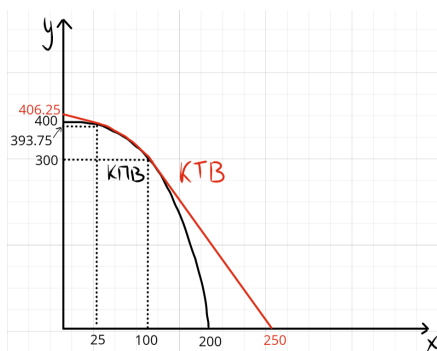
г)



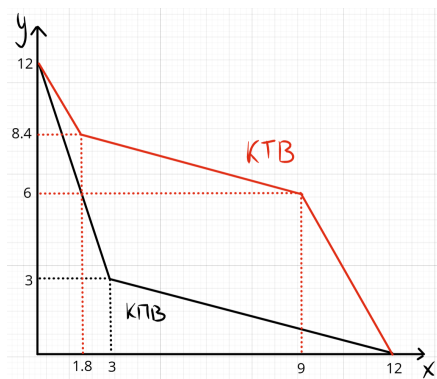
39)



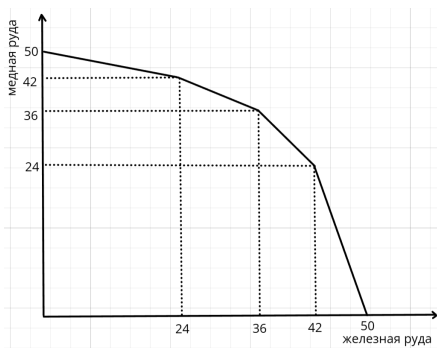
40)



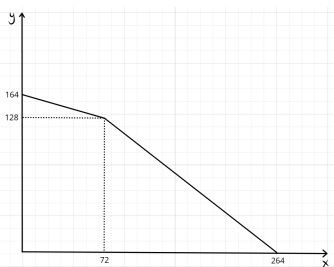
41)



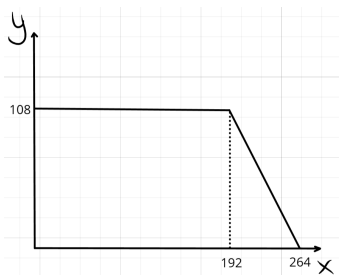
42)



43) а)



б)



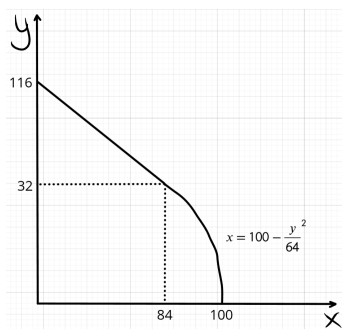
44) а)



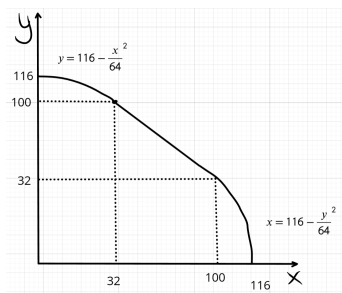
б)



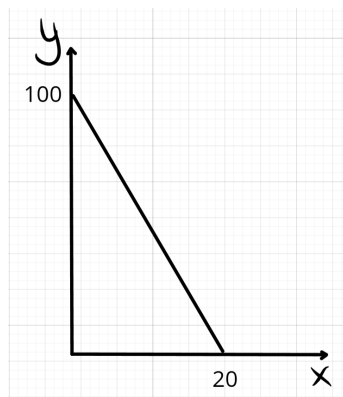
в)



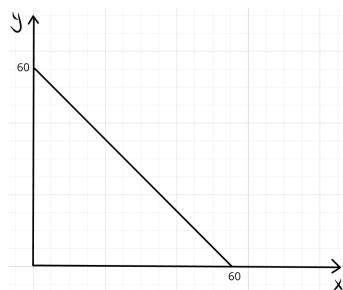
г)



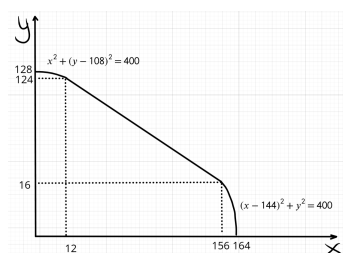
д)



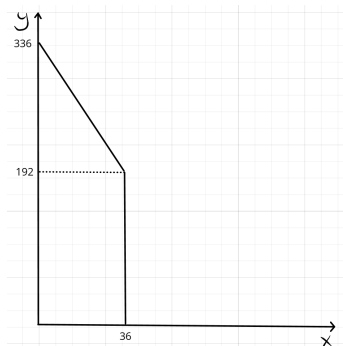
45) а)



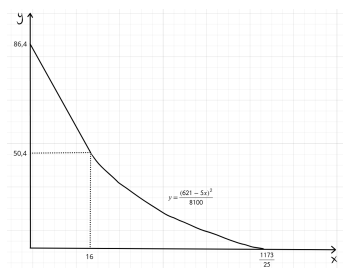
б)



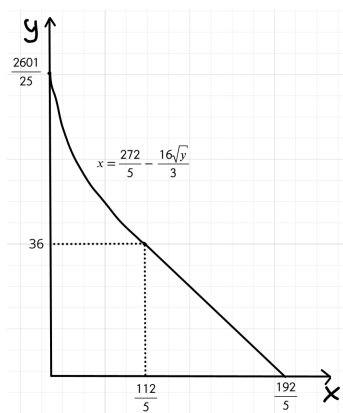
в)



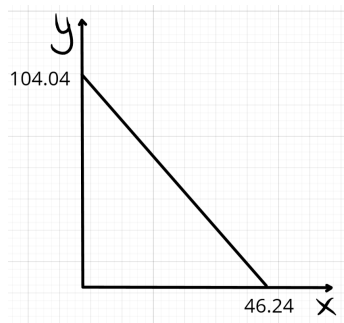
46) а)



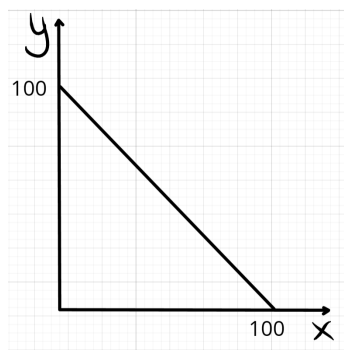
б)



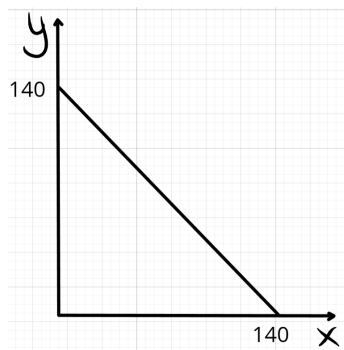
в)



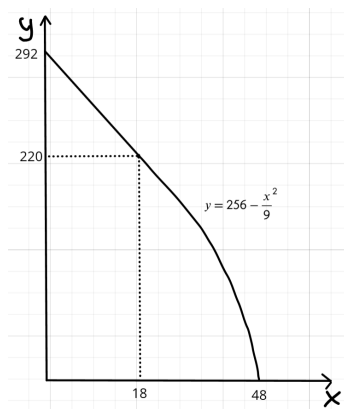
47) а)



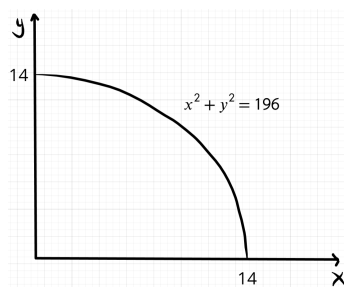
б)



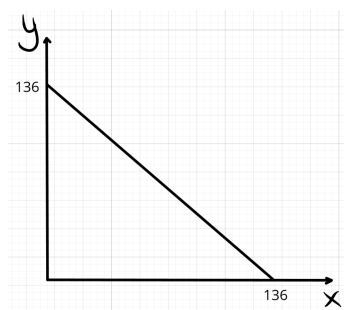
48) а)



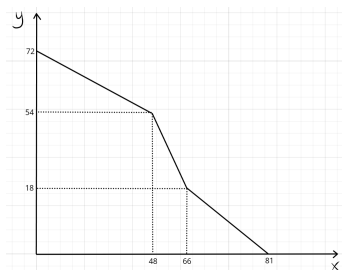
б)



в)



49)



Монополия

6.1 Классическая оптимизация прибыли

Задача 1 *

Единственный продавец мороженого на районе работает на рынке с функцией спроса $Q_d = 120 - P$. Определите оптимальный выпуск и оптимальную цену, которую нужно установить мороженщику, для каждой из следующих его функций издержек:

(а) $TC = Q^2$

(б) $TC = 30Q + 100$

Задача 2 *

Монополист работает на спросе $Q = 120 - P$. В каждом пункте вам будут даны функции MC монополиста. Найдите оптимальное количество товара и цену, которые выберет монополист:

(а) $MC = 2Q$

(б) $MC = 40$

Задача 3 *

Вы продаёте резиновых уток по цене 120 рублей за штуку. Для производства уток вам нужно нанять рабочих, причем один рабочий сможет делать 2 единицы товара. Предложение труда на рынке имеет вид $L_s = 2w - 60$, причем вы являетесь единственным нанимателем работников в этой области. Определите, какую зарплату вы укажете в вакансии на производство резиновых уток.

Задача 4 **

Монополист работает на рынке с функцией спроса $Q_d = 120 - P$. Определите оптимальный выпуск и оптимальную цену, которую нужно установить монополисту, для каждой из следующих его функций издержек:

(а) $TC = \frac{Q^2}{2}$, $Q \leq 15$

(б) $TC = 90Q - \frac{Q^2}{2}$, $Q \leq 90$

(в) $TC = 160Q - 2Q^2$, $Q \leq 40$

Задача 5 **

Монополист работает на спросе $Q_d = 120 - P$. В каждом пункте вам будут даны функции MC монополиста. Найдите оптимальное количество товара и цену, которые выберет монополист:

(а) $MC = 150 - 3Q$, $Q \leq 50$

(б) $MC = 90 - \frac{Q}{2}$, $Q \leq 180$

(в) $MC = Q^2 - 42Q + 520$

Задача 6 **

Монополист с функцией издержек $TC = Q^2 + 30Q$ работает на рынке с функцией спроса $Q_d = 120 - P$. Государство планирует ввести на этого монополиста потоварный налог.

(а) Найдите минимальную ставку налога, при которой государство сможет собрать 500 д.е.

(б) Найдите ставку налога, при которой государство получит максимальные налоговые сборы.

Задача 7 **

Монополист, имеющий нулевые издержки на производство товара, может продавать свой товар четырем группам потребителей. Он не умеет различать их, так что вынужден ставить одинаковую цену для всех покупателей. Каждый из покупателей готов купить максимум 20 единиц товара. Первый покупатель готов заплатить за каждую единицу максимум 70 рублей, второй – 60 рублей, третий – 50 рублей и четвертый – по 40 рублей. Определите, сколько товара и по какой цене продаст монополист.

Задача 8 **

Монополист, работающий на спросе $Q_d = 120 - P$, имеет функцию издержек $TC = Q^2$. Однажды к нему пришел инженер и сказал, что сможет снизить издержки производства в 4 раза для любого объема выпуска. Рассчитайте, какую сумму готов будет заплатить монополист за такую услугу.

Задача 9 **

Монополист продаёт свой товар двум группам покупателей. Их спросы имеют вид $Q_1 = 120 - P$, $Q_2 = 80 - P$. Монополист производит свой товар с функцией издержек $TC = \frac{Q^2}{2} + 12Q$ и продаёт его по одинаковой для двух групп цене. Определите оптимальную цену товара, которую установит монополист.

Задача 10 **

Монополист, продающий товар на спрос $Q = 50 - P$, решил установить цену, равную 38. Считая, что каждый товар он производит с одинаковыми издержками и не несёт постоянных издержек, определите, какую прибыль он при этом получил.

Задача 11 **

Монополист, продающий товар на спрос $Q = 100 - P$, получил в оптимуме прибыль равную 1225. Считая, что каждый товар он производит с одинаковыми издержками и не несёт постоянных издержек, определите, сколько товара он произвел и чему равны его общие издержки в оптимуме.

Задача 12 **

В каждом пункте вам будут даны значения предельной выручки и предельных издержек для каждой единицы товара. Вашей задачей будет найти оптимальное для фирмы количество товара, которое ей следует произвести. Считайте, что больше 10 единиц товара фирма произвести не может.

(а)

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MR	100	90	80	70	60	60	60	50	40	30
MC	10	10	30	30	45	45	55	70	70	90

(б)

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MR	10	20	30	40	60	60	60	70	70	80
MC	50	40	30	30	25	25	15	10	10	10

(в)

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MR	100	80	80	80	60	60	60	60	50	30
MC	50	100	90	40	60	50	70	80	80	10

Задача 13 ***

Монополист работает на рынке с функцией спроса $Q_d = 120 - P$. Определите оптимальный выпуск и оптимальную цену, которую нужно установить монополисту, для каждой из следующих его функций издержек:

$$(а) \quad TC = \begin{cases} 20Q, & Q \leq 30 \\ 30Q - 300, & Q > 30 \end{cases}$$

$$(б) \quad TC = \begin{cases} 20Q, & Q \leq 30 \\ 30Q, & Q > 30 \end{cases}$$

$$(в) \quad TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 40 \\ 20Q + 800, & Q > 40 \end{cases}$$

$$(г) \quad TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 40 \\ 20Q, & Q > 40 \end{cases}$$

Задача 14 ***

Монополист работает на спросе $Q_d = 120 - P$. В каждом пункте вам будут даны функции MC монополиста. Найдите оптимальное количество товара и цену, которые выберет монополист:

$$(a) MC = \begin{cases} 10, & Q \leq 30 \\ 20, & 30 < Q \leq 40 \\ 30, & 40 < Q \end{cases}$$

$$(б) MC = \begin{cases} Q + 90, & Q \leq 20 \\ Q + 40, & 20 < Q \leq 40 \\ 10, & 40 < Q \end{cases}$$

Задача 15 ***

Монополист, имеющий функцию издержек $TC = 10Q$, Продаёт свой товар потребителям. Спрос каждого потребителя имеет вид $Q_d = 3 - \frac{P}{4}$. Всего на рынке присутствуют 10 потребителей товара. Монополист не может назначать разные цены разным покупателям.

(а) Определите цену, которую установит монополист, и количество товара, которое он продаст каждому потребителю.

(б) На рынок пришло еще 20 покупателей с такой же функцией спроса у каждого. Определите цену, которую установит монополист, и количество товара, которое он продаст каждому потребителю.

(в) Если вы верно решили предыдущий пункт, у вас должно было получиться, что цена товара не поменялась. Будет ли это верно в контексте этой задачи для другой, но одинаковой для всех потребителей функции спроса? А будет ли это верно для другой функции издержек?

Задача 16 ***

Монополист продаёт свой товар на спрос, описывающийся функцией $Q_d = 120 - P$. Издержки монополиста имеют вид $TC = \frac{Q^2}{4}$. Государство вводит потолок цены в размере \bar{P} . Определите оптимальный выпуск монополиста в зависимости от потолка цены, то есть функцию $Q^*(\bar{P})$.

Задача 17 ***

Известно, что монополист решил установить цену на рынке, равную 50, и при этом эластичность спроса по цене оказалась равна (-3). Определите, чему равны предельные издержки монополиста в оптимуме.

Задача 18 ***

Спрос на продукцию фирмы, производящей кофе, оказывает множество кофеен. Каждая кофейня имеет функцию спроса, равную $Q_d = 50 - P$. Издержки монополиста на производство кофе постоянны и равны 10 д.е. за единицу. Однако, привлечение клиентов стоит дорого: так, чтобы про монополиста узнало n кофеен, ему придется понести издержки, равные $10n^2$ д.е. Определите, сколько кофеен решит привлекать монополист в оптимуме.

Задача 19 ***

Монополист продаёт свой товар двум группам покупателей. Их спросы имеют вид $Q_1 = 120 - P$, $Q_2 = 80 - P$. Монополист производит свой товар с функцией издержек $TC = a \cdot Q$, где $a > 0$ – параметр, и продаёт его по одинаковой для двух групп цене. Определите оптимальную цену товара, которую установит монополист, в зависимости от значения параметра a .

Задача 20 ***

Монополист с функцией издержек $TC = \frac{Q^2}{2} + X \cdot Q$, где X – некоторое число. Работает он на спросе $Q = 60 - \frac{P}{2}$. Государство, стремящееся максимизировать налоговые сборы, ввело на этого монополиста потоварный налог, равный 35. Определите, чему равно значение X .

Задача 21 ***

На рынке присутствуют две группы потребителей. Первая группа характеризуется спросом $Q_d = 480 - 0,8P$, а вторая группа потребителей готова купить любое количество, не превышающее 200 единиц, по цене не выше 400 д.е. Монополист не может различать группы между собой, то есть продаёт товар этим группам по одной и той же цене. Определите оптимальное количество товара, которое произведет монополист, и цену, по которой он продаст это количество, если его издержки имеют вид:

(а) $TC = \frac{Q^2}{4} + 60Q$

(б) $TC = \frac{21}{36}Q^2$

Задача 22 ***

Единственная фирма, работающая в городе Юрупинск, добывает каменный уголь, используя труд шахтёров. Предложение труда шахтёров из Юрупинска (а фирма нанимает только местных работников) имеет вид $L_s = 2w$. Каждый работник позволяет фирме добыть 4 тонны угля, который фирма затем продаёт как монополист в этой области на спрос $Q_d = 250 - P$. Государство, стараясь бороться с такой сильной рыночной властью фирмы на рынке труда, вводит МРОТ на уровне \underline{w} . Определите, сколько людей в результате такого регулирования наймет монополист, то есть функцию $L^* = f(\underline{w})$.

Задача 23 ****

Монополист, имеющий издержки на производство товара вида $TC = aQ^2$, где a – это параметр, может продавать свой товар четырем группам потребителей. Он не умеет различать их, так что вынужден ставить одинаковую цену для всех покупателей. Каждый из покупателей готов купить максимум 20 единиц товара. Первый покупатель готов заплатить за каждую единицу максимум 70 рублей, второй – 60 рублей, третий – 50 рублей и четвертый – по 40 рублей. Определите, сколько товара и по какой цене продаст монополист, в зависимости от параметра a .

Задача 24 ****

Монополист продаёт свой товар на спрос, описывающийся функцией $Q_d = 120 - P$. Издержки монополиста имеют следующий вид:

$$TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 20 \\ 20Q, & Q > 20 \end{cases}$$

Государство вводит потолок цены в размере \bar{P} . Определите оптимальный выпуск монополиста в зависимости от потолка цены, то есть функцию $Q^*(\bar{P})$.

6.2 Ценовая дискриминация**Задача 25 *****

Фирма-монополист продаёт свой товар на рынок двух стран: в первой из них спрос имеет вид $Q_1 = 180 - P_1$, во второй – $Q_2 = 120 - P_2$. Изначально монополист не мог назначать в странах разные цены, но теперь эти страны поссорились друг с другом и разорвали экономические связи, поэтому монополист спокойно может назначить в них разные цены. Определите, на сколько выросла прибыль монополиста, а также какие цены он назначит в результате в каждой из стран если его издержки всегда имеют вид:

(а) $TC = 30Q$

(б) $TC = 80Q$

(в) $TC = 100Q$

(г) $TC = 150Q$

(д) $TC = Q^2$

(е) $TC = \frac{5Q^2}{8}$

(ж) $TC = \frac{Q^2}{4}$

Задача 26 ***

Аптека, являясь монополистом по продаже лекарств в своем районе, может продавать лекарства пенсионерам и не-пенсионерам. Спрос не-пенсионеров на лекарства имеет вид $Q_d = 120 - P$, а спрос пенсионеров – вид $Q_d = 40 - P$. Для простоты предположим, что монополист имеет нулевые издержки на производство лекарств.

(а) Изначально аптека могла делать скидки пенсионерам, то есть назначать им другую цену, отличную от цены не-пенсионеров. Рассчитайте, какие цены назначит аптека на лекарства для каждой группы покупателей.

(б) Аптеке запретили дискриминировать покупателей и делать скидки: теперь она может продавать товар только по одной фиксированной цене. Определите, какую цену назначит аптека.

(в) Определите, как изменилась прибыль фирмы, а также благосостояние каждой группы покупателей. Стало ли кому-то хуже или лучше после запрета на скидки?

Задача 27 ***

Монополист, работающий на спросе $Q_d = 120 - P$, может проводить абсолютную дискриминацию первого рода: он не вывешивает ценники, а озвучивает цену каждому покупателю отдельно, зная заранее, сколько тот готов заплатить. Издержки монополиста имеют вид $TC = Q^2 + 30Q + 200$. Определите, какую прибыль получит монополист при учёте его возможности проводить абсолютную ценовую дискриминацию.

Задача 28 ***

Компания, продающая два товара (x, y) , продаёт их в двух специализированных магазинах как монополист. Издержки компании имеют вид $TC = x^2 + y^2$. Бюджет на производство ограничен: компания не может потратить на производство больше 1300 д.е. Определите оптимальный объем производства товаров для следующих вариантов спросов на эти товары:

(а) $x_d = 20 - P_x$, $y_d = 30 - P_y$.

(б) Фирма продаёт товары по фиксированным ценам: $P_x = 10$, $P_y = 20$.

(в) Фирма продаёт товары по фиксированным ценам: $P_x = 200$, $P_y = 400$.

(г) $x_d = 600 - P_x$, $y_d = 400 - P_y$.

Задача 29 ***

Производитель автомобилей «Машинка» изначально продавал автомобили только внутри страны. Спрос на автомобили внутри страны имеет вид $Q_d = 180 - P$. Функция издержек на производство машинок имеет вид $TC = Q^2$. Теперь же «Машинка» решает выйти на международный рынок, на котором она может продавать свой товар по фиксированной цене в 140 рублей. Определите, сколько товара продаст «Машинка» на каждый рынок в новом оптимуме.

Задача 30 ****

Компания, продающая три товара $(x, y$ и $z)$, продаёт их в двух специализированных магазинах как монополист. Издержки компании имеют вид $TC = x^2 + y^2 + z^2$. Бюджет на производство ограничен: компания не может потратить на производство больше 1400 д.е. Определите оптимальный объем производства товаров для следующих вариантов спросов на эти товары:

(а) $x_d = 20 - P_x$, $y_d = 30 - P_y$, $z_d = 40 - P_z$.

(б) Фирма продаёт товары по ценам: $P_x = 10$, $P_y = 20$, $P_z = 30$.

(в) Фирма продаёт товары по ценам: $P_x = 200$, $P_y = 400$, $P_z = 600$.

(г) $x_d = 600 - P_x$, $y_d = 400 - P_y$, $z_d = 200 - P_z$.

Задача 31 ****

Фирма-монополист продаёт свой товар на рынок двух стран: в первой из них спрос имеет вид $Q_1 = 180 - P_1$, во второй – $Q_2 = 120 - P_2$. Изначально монополист не мог назначать в странах разные цены, но теперь эти страны поссорились друг с другом и разорвали экономические связи, поэтому монополист спокойно может назначить в них разные цены. Определите, на сколько выросла прибыль монополиста, если его издержки всегда имеют вид:

(а) $TC = aQ$

(б) $TC = aQ^2$

Задача 32 ****

Монополист с нулевыми переменными издержками на производство товара продаёт его на спросе $Q_d = 120 - P$. В какой-то момент монополист придумал хитрость: после того, как все, кто хотел купить товар по объявленной цене, его купили, монополист может снизить цену и продать товар тем, кто не готов был покупать его по старой цене, но готов по новой. Покупатели не подозревают заранее, что цена может быть снижена, а монополист придумал такую стратегию до того, как объявить первую цену.

(а) Рассчитайте, какую первую и вторую цену назначит монополист.

(б) Монополист затеял снизить цену не один, а три раза: каждый раз покупатели также не подозревают, что цена будет снижена. Определите значения всех четырех цен, которые назначит монополист.

(в) Вернемся к ситуации, когда монополист решал снизить цену только один раз. Государственная политика теперь запрещает снижать цену на товар более, чем на 10 рублей. Какие две цены установит монополист в таком случае?

Задача 33 ****

Вы решились начать своё дело по производству программного обеспечения на аутсорс. Сами вы в программировании разбираетесь так себе, так что решате нанять программистов, которые будут, собственно, создавать это программное обеспечение. Известно, что программист может работать хорошо (прилагать уровень усилий $e = 2$), а может работать плохо (прилагать уровень усилий $e = 1$). Считайте, что если программист на вас не работает, он прилагает уровень усилий $e = 0$.

На рынке есть два вида программистов: мотивированные и ленивые. Полезность мотивированного программиста описывается функцией $U_m = w_m - 2e_m$, где w_m – зарплата, которую будет получать мотивированный программист, а e_m – уровень усилий, который он будет прикладывать. Полезность же ленивого программиста описывается функцией $U_l = w_l - 4e_l$, где w_l – зарплата, которую будет получать ленивый программист, а e_l – уровень усилий, который он будет прикладывать.

Вы опубликовали свою вакансию, и к вам пришло на собеседование двое работников. Вы точно знаете, что один из них ленивый, а второй – мотивированный, но вы не можете их отличить друг от друга. Известно, что если любой работник приложит уровень усилий $e = 1$, то она заработает вам 5 д.е., а если $e = 2$, то заработает вам 10 д.е. Ваша задача – предложить работникам одинаковый контракт, в котором будут прописаны две зарплаты – w_1 – зарплата, если работник приложит уровень усилий $e = 1$, и w_2 – зарплата, если работник приложит уровень усилий $e = 2$. Затем работники сами будут думать, соглашаться или нет на такой контракт и какой уровень усилий им прикладывать. Считайте, что если работнику безразлично между несколькими вариантами действий, он согласится на любой из них по вашему выбору. Обмануть работники вас не могут (не могут соврать о приложенном уровне усилий). Определите оптимальные параметры контракта (то есть, w_1 и w_2), которые вы предложите работникам.

6..3 Ответы

- 1) а) $Q = 30, P = 90$
б) $Q = 45, P = 75$
- 2) а) $Q = 30, P = 90$
б) $Q = 40, P = 80$
- 3) 135
- 4) а) $Q = 15, P = 105$
б) $Q = 30, P = 90$
в) Либо $Q = 40, P = 80$, либо $Q = 0, P = 120$.
- 5) а) $Q = 0, P = 120$
б) $Q = 20, P = 100$
в) $Q = 0, P = 120$
- 6) а) 40
б) 45
- 7) $Q = 80, P = 40$.
- 8) 1080
- 9) 84
- 10) 144
- 11) $Q = 35, TC = 1050$
- 12) а) $Q^* = 7$
б) $Q^* = 10$
в) $Q^* = 6$
- 13) а) $Q = 45, P = 75$
б) $Q = 30, P = 90$
в) $Q = 30, P = 90$
г) $Q = 50, P = 70$
- 14) а) $Q = 45, P = 75$
б) $Q = 10, P = 110$
- 15) а) $P = 11, Q_i = \frac{1}{4}$
б) $P = 11, Q_i = \frac{1}{4}$
в) Это будет верно для любой функции спроса, но только при постоянном уровне предельных издержек монополиста.
- 16) $Q^* = \begin{cases} 48, & \bar{P} \geq 72 \\ 120 - \bar{P}, & 40 < \bar{P} \leq 72 \\ 2\bar{P}, & \bar{P} \leq 40 \end{cases}$
- 17) $\frac{100}{3}$
- 18) 20
- 19) $P^* = \begin{cases} \emptyset, & a \geq 120 \\ 60 + \frac{a}{2}, & 80 - 20\sqrt{2} < a \leq 120 \\ 50 + \frac{a}{2}, & a \leq 80 - 20\sqrt{2} \end{cases}$
- 20) 50

21) а) $Q = 360, P = 400$

б) $Q = \frac{2400}{7}, P = 400$

22)
$$L^* = \begin{cases} \emptyset, & \underline{w} \geq 1000 \\ \frac{1000-\underline{w}}{24}, & \frac{2000}{49} < \underline{w} \leq 1000 \\ 2\underline{w}, & 20 < \underline{w} \leq \frac{2000}{49} \\ 40, & \underline{w} \leq 20 \end{cases}$$

23)
$$\begin{cases} Q = 80, P = 40 & a < \frac{1}{14} \\ Q = 60, P = 50 & \frac{1}{14} \leq a < \frac{3}{10} \\ Q = 40, P = 60 & \frac{3}{10} \leq a < \frac{3}{4} \\ Q = \frac{30}{a}, P = 60 & \frac{3}{10} \leq a < \frac{7-\sqrt{13}}{4} \\ Q = 20, P = 70 & \frac{7-\sqrt{13}}{4} \leq a < \frac{7}{4} \\ Q = \frac{35}{a}, P = 70 & \frac{7}{4} \leq a \end{cases}$$

24)
$$Q^* = \begin{cases} 50, & \bar{P} \geq 70 \\ 120 - \bar{P}, & 56 - 8\sqrt{19} < \bar{P} < 70 \\ \frac{\bar{P}}{2}, & \bar{P} \leq 56 - 8\sqrt{19} \end{cases}$$

25) а) $P_1 = 105, P_2 = 75, \Delta\Pi = 450$

б) $P_1 = 130, P_2 = 100, \Delta\Pi = 400$

в) $P_1 = 140, P_2 = 110, \Delta\Pi = 100$

г) $P_1 = 165, P_2 = \emptyset, \Delta\Pi = 0$

д) $P_1 = 131\frac{2}{3}, P_2 = 101\frac{2}{3}, \Delta\Pi = 450$

е) $P_1 = 115, P_2 = 85, \Delta\Pi = 450$

26) а) $P_1 = 60, P_2 = 20$

б) $P = 60$

в) Прибыль уменьшилась, благосостояние пенсионеров не изменилось, благосостояние не-пенсионеров уменьшилось.

27) 1150

28) а) $x = 5, y = 7.5$

б) $x = 5, y = 10$

в) $x = 2\sqrt{65}, y = 4\sqrt{65}$

г) $x = 30, y = 20$

29) $Q_{\text{внутр}} = 20, Q_{\text{внеш}} = 50$

30) а) $x = 5, y = 7.5, z = 10$

б) $x = 5, y = 10, z = 15$

в) $x = 10, y = 20, z = 30$

г) $x = 30, y = 20, z = 10$

31) а)
$$\Delta\Pi = \begin{cases} 0, & a > 120 \\ (\frac{120-a}{2})^2, & 120 - 30\sqrt{2} < a \leq 120 \\ 450, & a \leq 120 - 30\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{б) } \Delta\Pi = \begin{cases} 0, & a > 2 \\ \frac{900(2-a)^2}{(a+1)^2(2a+1)}, & \frac{7}{11} < a \leq 2 \\ 450, & a \leq \frac{7}{11} \end{cases}$$

32) а) $P_1 = 80, P_2 = 40$

б) $P_1 = 96, P_2 = 72, P_3 = 48, P_4 = 24$

в) $P_1 = 65, P_2 = 55$

33) $w_1 = 0, w_2 = 4$

Совершенная конкуренция

7.1 Построение функции предложения фирмы

Задача 1 *

Для каждого пункта, в котором описана функция издержек фирмы, найдите функцию предложения этой фирмы:

(а) $TC = \frac{Q^2}{2}$

(б) $TC = Q^2 + 10Q + 100$

Задача 2 **

Для каждого пункта, в котором описана функция издержек фирмы, постройте функцию предложения этой фирмы:

(а) $TC = 16Q$

(б) $TC = 16Q - Q^2, Q \leq 8$

(в) $TC = Q^2 + 20Q, Q \leq 10$

(г) $TC = \begin{cases} 0, & Q = 0 \\ Q^2 + 400, & Q > 0 \end{cases}$

Задача 3 **

Фирма, обладающая издержками вида $TC = Q^2$, продаёт товар на совершенно конкурентном рынке. Для каждого варианта государственного регулирования найдите функцию предложения фирмы:

(а) Фирма облагается потоварным налогом в размере 10 д.е.

(б) Фирма облагается потоварной субсидией в размере 10 д.е.

(в) Фирма облагается налогом на выручку в размере 25%.

(г) Фирме доплачивают субсидию в виде 25% от полученной выручки.

Задача 4 **

Совершенно конкурентная фирма, имеющая функцию издержек $TC = \frac{Q^2}{2} + 20Q + 60$, получает на рынке прибыль, равную 390. Определите, по какой цене эта фирма продает свой товар.

Задача 5 **

На совершенно конкурентном рынке со спросом $Q = 140 - P$ работает 10 фирм, каждая из которых имеет функцию издержек $TC = 2Q^2$. Найдите, какая цена сложится на данном рынке в равновесии.

Задача 6 **

Фирма использует в производстве товара только труд, который она нанимает на совершенно конкурентном рынке, а затем про даёт по цене $P = 160$. Производственная функция фирмы имеет вид $Q = 2\sqrt{L}$.

(а) Определите, сколько человек фирма наймет и какую прибыль получит, если зарплата одного работника равна 16.

(б) Определите функцию спроса фирмы на труд.

Задача 7 **

В каждом пункте вам будет дана функция предельных издержек фирмы. Других издержек фирма не несет. Постройте функцию предложения фирмы, не выводя общую функцию издержек ($TC(Q)$), постройте её график вместе с графиком $MC(Q)$ и выведите её аналитически:

(а) $MC = 2Q$

(б) $MC = \frac{Q}{2} + 10$

(в) $MC = 3Q, Q \leq 20$

(г) $MC = 12 - Q, Q \leq 12$

(д) $MC = 10$

Задача 8 ***

Для каждого пункта, в котором описана функция издержек фирмы, Найдите функцию предложения этой фирмы:

(а) $TC = Q^3$

(б) $TC = Q^3 - 10Q^2 + 50Q + 35$

(в) $TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 20 \\ Q^2 + 400, & Q > 20 \end{cases}$

(г) $TC = \begin{cases} Q^2, & Q \leq 40 \\ Q^2 + 10Q, & Q > 40 \end{cases}$

Задача 9 ***

Совершенно конкурентная фирма имеет функцию издержек $TC = Q^2 + 10Q$. Государство облагает эту фирму потоварным налогом с целью максимизации налоговых сборов. Определите оптимальную ставку налога t в зависимости от значения цены P , по которой фирма продаёт свой товар.

Задача 10 ***

Фирма владеющая тремя заводами, собирается выйти на совершенно конкурентный рынок. Функции издержек на каждом заводе выглядят следующим образом:

$$TC_1 = \frac{Q_1^2}{2} + 100$$

$$TC_2 = 20Q_2 - 2Q_2^2, Q_2 \leq 5$$

$$TC_3 = \begin{cases} 0, & Q_3 \leq 10 \\ Q_3^2 + 44, & Q_3 > 10 \end{cases}$$

Найдите функцию предложения товара фирмы, владеющей этими тремя заводами.

Задача 11 ***

В каждом пункте вам будет дана функция предельных издержек фирмы. Других издержек фирма не несет. Постройте функцию предложения фирмы, не выводя общую функцию издержек ($TC(Q)$), постройте её график и выведите её аналитически:

(а) $MC = 6Q^2 - 40Q + 60$

(б) $MC = \begin{cases} Q, & Q \leq 30 \\ Q + 20, & Q > 30 \end{cases}$

(в) $MC = \begin{cases} Q, & Q \leq 30 \\ Q - 20, & Q > 30 \end{cases}$

(г) $MC = \begin{cases} \frac{Q}{2}, & Q \leq 16 \\ 16 - \frac{Q}{2}, & 16 < Q \leq 32 \end{cases}$

Задача 12 ***

Фирма, обладающая издержками вида $TC = Q^2$, продаёт товар на совершенно конкурентном рынке. Для каждого варианта государственного регулирования найдите функцию предложения фирмы:

(а) Фирма облагается потоварным налогом, равным 10, но только если производит больше 40 единиц товара.

(б) Фирма облагается потоварным налогом, равным 10, но только если производит меньше 40 единиц товара.

(в) Фирма облагается потоварным налогом, равным 10, за все единицы товара после $Q = 40$.

(г) Фирма облагается потоварным налогом, равным 10, за все единицы товара до $Q = 40$ включительно.

(д) Фирма облагается потоварной субсидией, равной 10, но только если производит не менее 40 единиц товара.

(е) Фирма облагается потоварной субсидией, равной 10, но только если производит не более 40 единиц товара.

(ж) Фирма облагается потоварной субсидией, равной 10, за все единицы товара после $Q = 40$.

(з) Фирма облагается потоварной субсидией, равной 10, за все единицы товара до $Q = 40$ включительно.

Задача 13 ***

Фирма, имеющая функцию издержек $TC = \frac{Q^2}{2} + 20Q$, продаёт свой товар на совершенно конкурентном рынке. Так как фирма небольшая, она сама может выбрать для себя один из двух вариантов налогообложения: либо она будет платить государству 10% от своей выручки в виде налога, либо она будет платить государству 20 д.е. за каждый проданный товар. Найдите функцию предложения этой фирмы и изобразите её на графике.

Задача 14 ****

Для каждого пункта, в котором описана функция издержек фирмы, найдите функцию предложения этой фирмы:

$$\begin{aligned}
 \text{(а) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 20 \\ 40Q, & 20 < Q < 40 \\ Q^2, & 40 \leq Q \end{cases} \\
 \text{(б) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 10 \\ Q^2 + 10Q, & 10 < Q \leq 40 \\ Q^2 + 20Q, & 40 < Q \leq 90 \\ Q^2 + 30Q, & 90 < Q \end{cases} \\
 \text{(в) } TC &= \begin{cases} Q^2, & Q \leq 10 \\ Q^2 + 10Q - 100, & 10 < Q \leq 40 \\ Q^2 + 20Q - 500, & 40 < Q \leq 90 \\ Q^2 + 30Q - 1400, & 90 < Q \end{cases}
 \end{aligned}$$

Задача 15 ****

Производственный отдел фирмы, отвечающий за изготовление некоторого товара, функция издержек на производство которого имеет вид $TC = \frac{Q^2}{2} + 10Q$, получает на производственную деятельность всего лишь 150 д.е. Больше количество денег генеральный директор тратить на производство товара не разрешает. Начальник производственного отдела, недовольный таким финансированием, обсудил эту проблему с директором, и вот к какому компромиссу они пришли: производственный отдел получит дополнительное финансирование, но не более 250 д.е. и только в том случае, если рентабельность фирмы не будет ниже 100%. Найдите функцию предложения этой фирмы.

7.2 Правила Совершенной конкуренции**Задача 16 ****

Фирма, имеющая функцию издержек $TC = Q^2 + 30Q + 100$, работает на совершенно конкурентном рынке. Определите, при каких значениях рыночной цены эта фирма останется на рынке в краткосрочном периоде, но уйдет с рынка в долгосрочном периоде.

Задача 17 ***

Функция издержек некоторой фирмы имеет вид $TC = Q^2 + aQ + b$. Известно, что данная фирма уйдет с рынка в долгосрочном периоде, если цена опустится ниже 40 рублей, а в краткосрочном – если она опустится ниже 20 рублей. Найдите значения параметров a и b .

Задача 18 ***

На совершенно конкурентном рынке технология производства товара одной фирмой описывается следующей функцией издержек: $TC = Q^2 + 10Q + 25$. Спрос на данной рынке имеет вид $Q_d = 150 - P$.

(а) Определите, сколько фирм останется на этом рынке в состоянии долгосрочного равновесия.

(б) Предположим, что спрос на рынке вырос до уровня $Q = 290 - P$, но новые фирмы зайти на рынок не смогли. Определите новую равновесную цену и прибыль всех фирм в краткосрочном периоде.

(в) Определите новое долгосрочное равновесие на этом рынке: сколько фирм будет, и какую прибыль они получают?

7.3 Ответы

1) а) $Q_s = P$

б) $Q_s = \begin{cases} \frac{P-10}{2}, & P \geq 10 \\ 0, & P < 10 \end{cases}$

2) а) $Q_s = \begin{cases} \infty, & P > 16 \\ [0; \infty), & P = 16 \\ 0, & P < 16 \end{cases}$

б) $Q_s = \begin{cases} 8, & P \geq 8 \\ 0, & P \leq 8 \end{cases}$

в) $Q_s = \begin{cases} 10, & P > 40 \\ \frac{P-20}{2}, & 20 \leq P \leq 40 \\ 0, & P < 20 \end{cases}$

г) $Q_s = \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 40 \\ 0, & P \leq 40 \end{cases}$

3) а) $Q_s = \begin{cases} \frac{P-10}{2}, & P \geq 10 \\ 0, & P \leq 10 \end{cases}$

б) $Q_s = \frac{P+10}{2}$

в) $Q_s = \frac{3}{8}P$

г) $Q_s = \frac{5}{8}P$

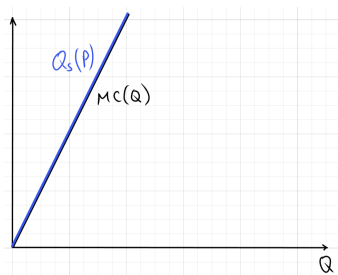
4) $P = 50$

5) $P = 40$

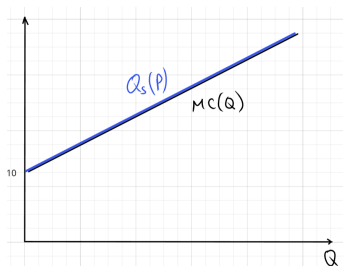
6) а) $L = 100$

б) $L_d = \frac{25600}{w^2}$

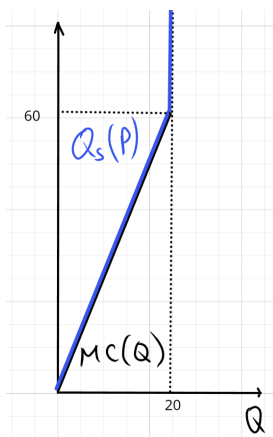
7) а) $Q_s = \frac{P}{2}$



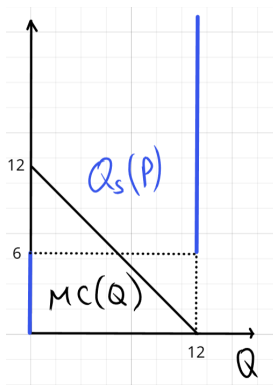
б) $Q_s = 2P - 20$



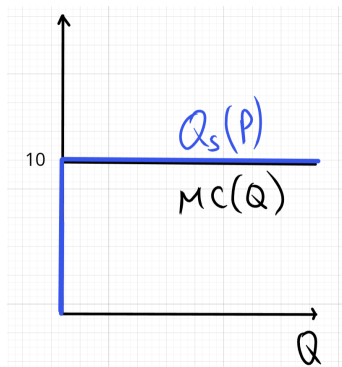
в) $Q_s = \begin{cases} 20, & P \geq 60 \\ \frac{P}{3}, & P \leq 60 \end{cases}$



г) $Q_s = \begin{cases} 12, & P \geq 6 \\ 0, & P \leq 6 \end{cases}$



$$\text{д) } Q_s = \begin{cases} \infty, & P > 10 \\ [0; \infty), & P = 10 \\ 0, & P < 10 \end{cases}$$



$$8) \text{ а) } Q_s = \sqrt{\frac{P}{3}}$$

$$\text{б) } Q_s = \begin{cases} \frac{10 + \sqrt{3P - 50}}{3}, & P \geq 25 \\ 0, & P \leq 25 \end{cases}$$

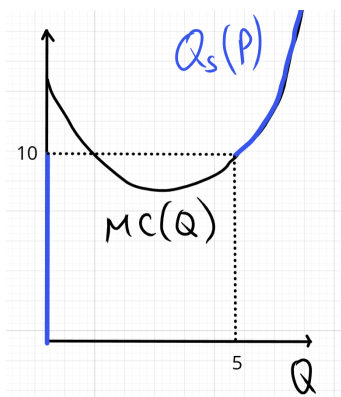
$$\text{в) } Q_s = \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 80 \\ 20, & 40 \leq P \leq 80 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 40 \end{cases}$$

$$\text{г) } Q_s = \begin{cases} \frac{P-10}{2}, & P \geq 130 \\ 40, & 80 \leq P \leq 130 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 80 \end{cases}$$

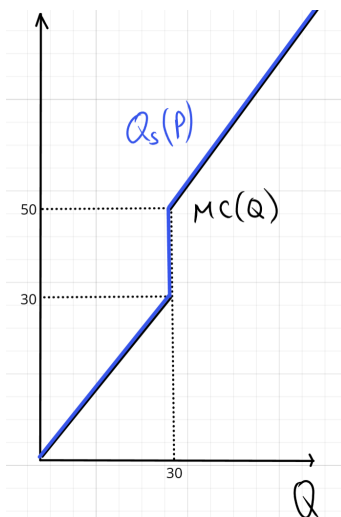
$$9) \text{ } t^* = \begin{cases} \emptyset, & P \leq 10 \\ \frac{P-10}{2}, & P > 10 \end{cases}$$

$$10) \text{ } Q_s = \begin{cases} \frac{3}{2}P + 5, & P \geq 44 \\ P + 15, & 10 \leq P \leq 44 \\ P + 10, & P \leq 10 \end{cases}$$

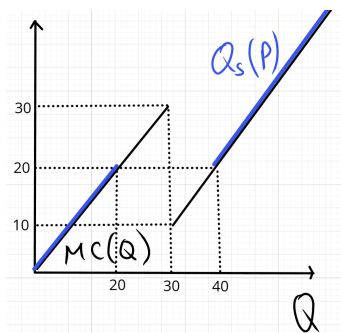
$$11) \text{ а) } Q_s = \begin{cases} \frac{20 + \sqrt{6P + 40}}{2}, & P \geq 10 \\ 0, & P \leq 10 \end{cases}$$



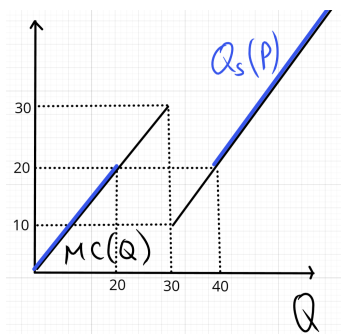
$$б) Q_s = \begin{cases} P - 20, & P \geq 50 \\ 30, & 30 \leq P \leq 50 \\ P, & P \leq 20 \end{cases}$$



$$в) Q_s = \begin{cases} P + 20, & P \geq 20 \\ P, & P \leq 20 \end{cases}$$



$$г) Q_s = \begin{cases} 32, & P \geq 16 - 8\sqrt{2} \\ 2P, & P \leq 16 - 8\sqrt{2} \end{cases}$$



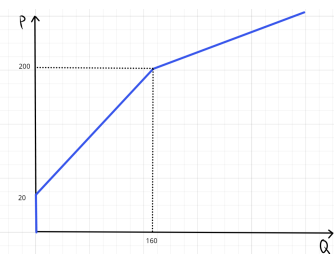
$$12) \text{ а) } Q_s = \begin{cases} \frac{P-10}{2}, & P \geq 130 \\ 40, & 80 \leq P \leq 130 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 80 \end{cases}$$

$$б) Q_s = \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 80 \\ 40, & 50 \leq P \leq 80 \\ \frac{P-10}{2}, & 10 \leq P \leq 50 \\ 0, & P \leq 10 \end{cases}$$

$$в) Q_s = \begin{cases} \frac{P-10}{2}, & P \geq 90 \\ 40, & 80 \leq P \leq 90 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 80 \end{cases}$$

$$г) Q_s = \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 85 \\ \frac{P-10}{2}, & 10 \leq P \leq 85 \\ 0, & P \leq 10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P+10}{2}, & P \geq 70 \\ 40, & 40 \leq P \leq 70 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 40 \end{cases} \\
 \text{е) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 120 \\ 40, & 70 \leq P \leq 120 \\ \frac{P+10}{2}, & P \leq 70 \end{cases} \\
 \text{ж) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P+10}{2}, & P \geq 75 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 75 \end{cases} \\
 \text{з) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 80 \\ 40, & 70 \leq P \leq 80 \\ \frac{P+10}{2}, & P \leq 70 \end{cases} \\
 13) \quad Q_s &= \begin{cases} P - 40, & P \geq 200 \\ \frac{9}{10}P - 20, & \frac{200}{9} \leq P \leq 200 \\ 0, & P \leq \frac{200}{9} \end{cases}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 14) \quad \text{а) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P}{2}, & P \geq 80 \\ 40, & 60 \leq P \leq 80 \\ 20, & 40 \leq P \leq 60 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 40 \end{cases} \\
 \text{б) } Q_s &= \begin{cases} \frac{P-30}{2}, & P \geq 270 \\ 90, & 200 \leq P \leq 270 \\ \frac{P-20}{2}, & 140 \leq P \leq 200 \\ 40, & 90 \leq P \leq 140 \\ \frac{P-10}{2}, & 50 \leq P \leq 90 \\ 10, & 20 \leq P \leq 50 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 20 \end{cases}
 \end{aligned}$$

- в) $Q_s = \begin{cases} \frac{P-30}{2}, & P \geq 210 \\ 90, & 200 \leq P \leq 210 \\ \frac{P-20}{2}, & 100 \leq P \leq 200 \\ 40, & 90 \leq P \leq 100 \\ \frac{P-10}{2}, & 30 \leq P \leq 90 \\ 10, & 20 \leq P \leq 30 \\ \frac{P}{2}, & P \leq 20 \end{cases}$
- 15) $Q_s = \begin{cases} 20, & P \geq 60 \\ \frac{P-20}{2}, & 40 \leq P \leq 60 \\ 10, & 30 \leq P \leq 40 \\ \frac{P-10}{2}, & 10 \leq P \leq 30 \\ 0, & P \leq 10 \end{cases}$
- 16) $30 < P < 50$
- 17) $a = 20, b = 100$
- 18) а) 26 фирм
 б) $P = 30, \Pi_i = 100$
 в) 54 фирмы, $\Pi_i = 0$

Олигополия

8..1 Модель Курно

Задача 1 **

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает две фирмы, которые одновременно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Определите равновесие на данном рынке, если функции издержек этих фирм имеют следующий вид:

- (а) $TC_1 = 0, TC_2 = 0$
- (б) $TC_1 = 20Q_1, TC_2 = 40Q_2$
- (в) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2$
- (г) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 96Q_2$

Задача 2 ***

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает три фирмы, которые одновременно выбирают свои выпуски Q_1, Q_2 и Q_3 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2 - Q_3$. Определите равновесие на данном рынке, если функции издержек этих фирм имеют следующий вид:

- (а) $TC_1 = 0, TC_2 = 0, TC_3 = 0$
- (б) $TC_1 = 20Q_1, TC_2 = 40Q_2, TC_3 = 60Q_3$
- (в) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2, TC_3 = Q_3^2$
- (г) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 96Q_2, TC_3 = Q_3^2$

Задача 3 ***

На некотором рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ работают две фирмы, являющимися олигополистами. Обе фирмы не несут никаких переменных издержек, кроме затрат на вход на рынок, равных C . Они одновременно решают, зайти на рынок или нет, и, если зайти, то какой выпуск выбрать. Каждая фирма может не заходить на рынок и не нести издержки, равные C . Найдите равновесия для каждого из следующих пунктов:

- (а) $C = 0$
- (б) $C = 400$
- (в) $C = 1225$
- (г) $C = 2500$
- (д) В общем виде для любого значения C .

Задача 4 ***

На рынке со спросом $Q_d = 100 - P$ существует n фирм, каждая из которых имеет функцию издержек вида $TC_i = Q_i^2$, где Q_i – выпуск i -той фирмы. Фирмы принимают решения об уровнях выпуска одновременно. Определите, сколько товара произведет каждая фирма, сколько товара они произведут в сумме, чему будет равна цена и какую прибыль они получат в зависимости от n .

Задача 5 ***

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает две фирмы, которые одновременно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Фирмы имеют нулевые издержки производства. Государство вводит потоварный налог на данный рынок с целью максимизации налоговых сборов. Определите оптимальную ставку налога с точки зрения государства, если:

- (а) Налог вводится только на одну из двух фирм.
- (б) Налог вводится на обе фирмы сразу по одинаковой ставке.

Задача 6 ***

Две фирмы, производящие металл в городе Юрупинске, продают свою продукцию по цене $P = 60$ за единицу товара. Производственная функция первой фирмы такова, что один рабочий может произвести 3 единицы товара, а во второй – 4 единицы товара. Функция предложения труда в Юрупинске имеет вид $L_s = 2w - 60$. Фирмы являются олигопсонистами на рынке труда и одновременно выбирают объем нанимаемых рабочих L_1 и L_2 , после чего зарплата определяется из функции предложения на рынке. Определите равновесные значения количества работников, которые выберут две эти фирмы.

Задача 7 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ в долгосрочном периоде может заходить или выходить сколько угодно фирм, которые осознают собственную рыночную власть, то есть являются олигополистами. Все фирмы одновременно решают, заходить им на рынок или нет, и если заходить, то какой выпуск производить. Фирмы не имеют переменных издержек, кроме затрат на вход на рынок, которые равны 100 д.е. Определите, какое количество фирм может быть на данном рынке в равновесии.

Задача 8 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существуют две фирмы с нулевыми издержками. Фирмы одновременно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Вдруг вторая фирма решила, что сможет увеличить свою прибыль, если разрушит часть своих производственных мощностей, то есть ограничить собственное производство. Так, вторая фирма заранее объявляет первой, что не будет производить больше a единиц товара, и она не может нарушить это обещание, так как действительно снизит свои максимальные производственные возможности до этого уровня. После этого обе фирмы уже одновременно принимают решения о своих выпусках. Определите, какое значение a выберет вторая фирма. Сможет ли она действительно получить прибыль большую, чем без ограничения?

8.2 Модель Штаккельберга

Задача 9 **

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает две фирмы, которые последовательно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Определите, какие выпуски сложатся на данном рынке, если функции издержек этих фирм имеют следующий вид:

- (а) $TC_1 = 0, TC_2 = 0$
- (б) $TC_1 = 20Q_1, TC_2 = 40Q_2$
- (в) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2$
- (г) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 96Q_2$

Задача 10 ***

На некотором рынке со спросом $Q_d = 100 - P$ работают две фирмы, являющимися олигополистами. Обе фирмы не несут никаких переменных издержек, кроме затрат на вход на рынок, равных C . Сначала первая фирма принимает решение, заходить на рынок или нет, а затем вторая принимает такое же решение. Каждая фирма может не заходить на рынок и не нести издержки, равные C . Найдите, какие выпуски выберут фирмы для каждого из следующих пунктов:

- (а) $C = 0$
- (б) $C = 400$
- (в) $C = 3600$
- (г) В общем виде для любого значения C .

Задача 11 ***

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает три фирмы, которые последовательно выбирают свои выпуски Q_1, Q_2 и Q_3 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2 - Q_3$. Определите, какие выпуски выберут фирмы на данном рынке, если функции издержек этих фирм имеют следующий вид:

- (а) $TC_1 = 0, TC_2 = 0, TC_3 = 0$
- (б) $TC_1 = 20Q_1, TC_2 = 40Q_2, TC_3 = 60Q_3$
- (в) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = Q_2^2, TC_3 = Q_3^2$
- (г) $TC_1 = Q_1^2, TC_2 = 96Q_2, TC_3 = Q_3^2$

Задача 12 ***

На рынке со спросом $Q_d = 100 - P$ существует n фирм, каждая из которых не имеет переменных издержек производства. Фирмы принимают решения об уровнях выпуска последовательно. Определите, сколько товара произведет каждая фирма, сколько товара они произведут в сумме, чему будет равна цена и какую прибыль они получают в зависимости от n .

Задача 13 ***

Две фирмы, производящие металл в городе Еропинске, продают свою продукцию по цене $P = 60$ за единицы товара. Производственная функция первой фирмы такова, что один рабочий может произвести 3 единицы товара, а во второй – 4 единицы товара. Функция предложения труда в Юрупинске имеет вид $L_s = 2w - 60$. Фирмы являются олигопсонистами на рынке труда и последовательно выбирают объем нанимаемых рабочих L_1 и L_2 , после чего зарплата определяется из функции предложения на рынке. Определите, значения количества работников выберут обе фирмы.

Задача 14 ****

Спрос на рынке некоторого товара задан как $Q_d = 120 - P$. На этом рынке работает две фирмы, которые последовательно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Государство вмешивается на данный рынок, вводя потоварный налог. Издержки фирм равны 0. Для каждого из следующих пунктов определите вид зависимости $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, а также найдите, какая ставка налога максимизирует налоговые сборы:

(а) Налог вводится только на первую фирму

(б) Налог вводится только на вторую фирму

(в) Налог вводится на две фирмы сразу

Задача 15 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существуют две фирмы с нулевыми издержками. Фирмы последовательно выбирают свои выпуски Q_1 и Q_2 , после чего цена товара складывается на уровне $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Вдруг вторая фирма решила, что сможет увеличить свою прибыль, если разрушит часть своих производственных мощностей, то есть ограничить собственное производство. Так, вторая фирма заранее объявляет первой (до того, как та выбирает уровень выпуска), что не будет производить больше a единиц товара, и она не может нарушить это обещание, так как действительно снизит свои максимальные производственные возможности до этого уровня. После этого первая фирма выбирает свой уровень выпуска, а затем уже вторая фирма выбирает свой. Определите, какое значение a выберет вторая фирма. Сможет ли она действительно получить прибыль большую, чем без ограничения?

8.3 Модель Форхаймера (ценовой лидер)**Задача 16 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существуют две фирмы. Их издержки имеют вид $TC_1 = Q_1^2$, $TC_2 = Q_2^2$. Первая фирма является ценовым лидером: она сразу объявляет цену, по которой обе фирмы будут продавать свой товар. После этого вторая фирма выбирает, сколько товара она хочет продать по этой цене, и если величина спроса ниже, чем объем продаж второй фирмы, то первая фирма может продать по этой цене оставшееся количество товара. Определите, какую цену установит первая фирма в таком случае.

Задача 17 ***

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существуют две фирмы. Их издержки имеют вид $TC_1 = Q_1^2$, $TC_2 = Q_2^2$. Первая фирма является ценовым лидером: она сразу объявляет цену, по которой обе фирмы будут продавать свой товар. После этого вторая фирма выбирает, сколько товара она хочет продать по этой цене, и если величина спроса ниже, чем объем продаж второй фирмы, то первая фирма может продать по этой цене оставшееся количество товара. Государство вмешивается в этот рынок и решает обложить его потоварным налогом. Для каждого из следующих пунктов определите вид зависимости $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $P(t)$ а также найдите, какая ставка налога максимизирует налоговые сборы:

- (а) Налог вводится только на ценового лидера
- (б) Налог вводится только на последователя
- (в) Налог вводится на обе фирмы сразу

Задача 18 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существуют две фирмы. Первая фирма является ценовым лидером. Издержки фирм имеют вид $TC_1 = \frac{Q_1^2}{2}$, $TC_2 = \frac{Q_2^2}{2}$. Вдруг вторая фирма решила, что сможет увеличить свою прибыль, если разрушит часть своих производственных мощностей, то есть ограничить собственное производство. Так, вторая фирма заранее объявляет первой (до того, как та выбирает цену), что не будет производить больше a единиц товара, и она не может нарушить это обещание, так как действительно снизит свои максимальные производственные возможности до этого уровня. После этого первая фирма выбирает цену, затем вторая фирма выбирает свой выпуск, и наконец первая фирма выбирает свой выпуск. Определите, какое значение a выберет вторая фирма. Сможет ли она действительно получить прибыль большую, чем без ограничения?

8.4 Модель Бертрана

Задача 19 ***

На рынке со спросом $Q_d = 42 - 4P$ существует две фирмы. Первая фирма производит товар с предельными издержками, равными 2.5, а вторая – с предельными издержками, равными 3.5. Фирмы одновременно называют цены своих товаров, причем цену они могут устанавливать только целую. После этого покупатели будут покупать товар у той фирмы, у которой ниже цена товара. Если обе фирмы установили одинаковую цену, спрос разделится между ними ровно пополам. Определите, какую цену установит каждая фирма в равновесии. Если равновесий несколько, укажите их все.

Задача 20 ****

На рынке со спросом $Q_d = 120 - P$ существует две фирмы. Фирмы одновременно называют цены своих товаров, цена может принимать только целые значения. После этого покупатели будут покупать товар у той фирмы, у которой ниже цена товара, и фирма обязана будет удовлетворить весь спрос по этой цене. Если обе фирмы установили одинаковую цену, спрос разделится между ними ровно пополам, и они, опять же, обязаны будут полностью удовлетворить весь спрос на свой товар. Для каждого из следующих пунктов определите, какую цену установит каждая фирма в равновесии. Если равновесий несколько, укажите их все.

(а) $TC_1 = 20Q_1$, $TC_2 = 40Q_2$

(б) $TC_1 = 10Q_1$, $TC_2 = 70Q_2$

(в) $TC_1 = \frac{Q_1^2}{2}$, $TC_2 = \frac{Q_2^2}{2}$

8..5 Модель Хотеллинга**Задача 21 ******

Город Орёкминск располагается на одной узкой улочке длиной в 1 километр. Все жители Орёкминска равномерно распределены по всей его продолжительности. На концах города располагаются две фирмы – «Мышь» и «Крыса», которые продают жителям хорьков. Известно, что каждый житель города хочет купить ровно одного хорька, причем за любую цену. Затраты жителя на покупку Хорька равны цене, по которой он его купит, и стоимости такси до фирмы и обратно: чтобы проехать расстояние t километров, жителю придется заплатить ровно $\frac{t}{2}$ д.е. Каждый житель купит хорька у той фирмы, суммарные затраты на покупку в которой будут минимальны. Обе фирмы одновременно устанавливают цены на свои товары, после чего все покупатели выбирают, у кого купить хорька. Цены, которые устанавливают фирмы, могут быть только целыми. Для каждого из следующих пунктов определите, какие цены назначит каждая фирма:

(а) $TC_1 = 0$, $TC_2 = 0$

(б) $TC_1 = 10Q$, $TC_2 = 10Q$

(в) $TC_1 = 10Q$, $TC_2 = 20Q$

(г) $TC_1 = 10Q$, $TC_2 = 10Q$, но в левой половине города начался дождь и такси подорожало в 2 раза за расстояние, которое нужно проехать по этой половине.

(д) $TC_1 = 10Q$, $TC_2 = 10Q$, но все жители переехали в левую часть города из-за карантина в правой части.

8..6 Ответы

- 1) а) $Q_1 = 40, Q_2 = 40$
 б) $Q_1 = 40, Q_2 = 20$
 в) $Q_1 = 24, Q_2 = 24$
 г) $Q_1 = 30, Q_2 = 0$
- 2) а) $Q_1 = 30, Q_2 = 30, Q_3 = 30$
 б) $Q_1 = 40, Q_2 = 20, Q_3 = 0$
 в) $Q_1 = 20, Q_2 = 20, Q_3 = 20$
 г) $Q_1 = 24, Q_2 = 0, Q_3 = 24$
- 3) а) $\{Q_1 = 40; Q_2 = 40\}$
 б) $\{Q_1 = 40; Q_2 = 40\}$
 в) $\{Q_1 = 40; Q_2 = 40\}, \{Q_1 = 60; Q_2 = 0\}, \{Q_1 = 0; Q_2 = 40\}$
 г) $\{Q_1 = 60; Q_2 = 0\}, \{Q_1 = 0; Q_2 = 40\}$
 д)
$$\begin{cases} \{Q_1 = 40; Q_2 = 40\}, & \leq 900 \\ \{Q_1 = 40; Q_2 = 40\}, \{Q_1 = 0; Q_2 = 60\}, \{Q_1 = 60; Q_2 = 0\}, & 900 \leq C \leq 1600 \\ \{Q_1 = 0; Q_2 = 60\}, \{Q_1 = 60; Q_2 = 0\}, & 1600 \leq C \leq 3600 \\ \{Q_1 = 0; Q_2 = 0\}, & 3600 \leq C \end{cases}$$
- 4) $Q_i = \frac{100}{n+1}, Q = \frac{100n}{n+1}, P = \frac{100}{n+1}, \Pi_i = \frac{10000}{(n+1)^2}$
- 5) а) $t = 30$
 б) $t = 60$
- 6) $L_1 = 60, L_2 = 180$
- 7) $5 \leq n \leq 11$
- 8) Любое $a \geq 40$. Фирма не сможет таким образом увеличить свою прибыль.
- 9) а) $Q_1 = 60, Q_2 = 30$
 б) $Q_1 = 60, Q_2 = 10$
 в) $Q_1 = \frac{180}{7}, Q_2 = \frac{165}{7}$
 г) $Q_1 = 30, Q_2 = 0$
- 10) а) $Q_1 = 50, Q_2 = 25$
 б) $Q_1 = 60, Q_2 = 0$
 в) $Q_1 = 0, Q_2 = 0$
 г)
$$Q_1 = \begin{cases} 50, & \leq \frac{625(3-2\sqrt{2})}{2} \\ 100 - 2\sqrt{C}, & \frac{625(3-2\sqrt{2})}{2} \leq C \leq 625, \\ 50, & 625 \leq C \end{cases} \quad Q_2 =$$
- $$\begin{cases} 25, & C \leq \frac{625(3-2\sqrt{2})}{2} \\ 0, & \frac{625(3-2\sqrt{2})}{2} \leq C \end{cases}$$
- 11) а) $Q_1 = 60, Q_2 = 30, Q_3 = 15$
 б) $Q_1 = 60, Q_2 = 10, Q_3 = 0$
 в) $Q_1 = \frac{1980}{89}, Q_2 = \frac{13050}{623}, Q_3 = \frac{23925}{1246}$
 г) $Q_1 = \frac{180}{7}, Q_2 = 0, Q_3 = \frac{165}{7}$

$$12) Q_i = \frac{120}{2^i}, Q = 120 - \frac{120}{2^n}, P = \frac{120}{2^n}, \Pi_i = \frac{14400}{2^{i+n}}$$

$$13) L_1 = 90, L_2 = 165$$

$$14) \text{ а) } Q_1 = \begin{cases} 60 - t, & t \leq 60 \\ 0, & 60 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} 30 + \frac{t}{2}, & t \leq 60 \\ 60, & 60 \leq t \end{cases}, t^* = 30$$

$$\text{б) } Q_1 = \begin{cases} 60 + \frac{t}{2}, & t \leq 40 \\ 120 - t, & 40 \leq t \leq 60 \\ 60, & 60 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} 30 - \frac{3t}{4}, & t \leq 40 \\ 0, & 40 \leq t \end{cases}, t^* = 20$$

$$\text{в) } Q_1 = \begin{cases} 60 - \frac{t}{2}, & t \leq 120 \\ 0, & 60 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} 30 - \frac{t}{4}, & t \leq 120 \\ 0, & 120 \leq t \end{cases}, t^* = 60$$

15) $a = 120 - 60\sqrt{2}$. Вторая фирма сможет получить прибыль большую, чем без ограничения.

$$16) 64$$

$$17) \text{ а) } Q_1 = \begin{cases} 24 - \frac{3}{10}t, & t \leq 80 \\ 0, & 80 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} 32 + \frac{1}{10}t, & t \leq 80 \\ \text{нельзя определить}, & 80 \leq t \end{cases}, P = \begin{cases} 64 + \frac{2}{10}t, & t \leq 80 \\ \text{нельзя определить}, & 80 \leq t \end{cases}, t^* = 40$$

$$\text{б) } Q_1 = \begin{cases} 24 + \frac{1}{10}t, & t \leq \frac{960}{11} \\ 120 - t, & \frac{960}{11} \leq t \leq 90 \\ 30, & 90 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} 32 - \frac{11}{30}t, & t \leq \frac{960}{11} \\ 0, & \frac{960}{11} \leq t \end{cases}, P = \begin{cases} 64 + \frac{4}{15}t, & t \leq \frac{960}{11} \\ t, & \frac{960}{11} \leq t \leq 90 \\ 90, & 90 \leq t \end{cases}, t^* = \frac{480}{11}$$

$$\text{в) } Q_1 = \begin{cases} \frac{120-t}{5}, & t \leq 120 \\ 0, & 120 \leq t \end{cases}, Q_2 = \begin{cases} \frac{480-4t}{15}, & t \leq 120 \\ 0, & 120 \leq t \end{cases}, P = \begin{cases} \frac{960+7t}{15}, & t \leq 120 \\ \emptyset, & 90 \leq t \end{cases}, t^* = 60$$

18) $a = 120 - 30\sqrt{6}$. Вторая фирма сможет получить прибыль большую, чем без ограничения.

$$19) P_1 = 4, P_2 = 4$$

$$20) \text{ а) } P_1 = P_2 - 1, P_2 \in [21; 41]$$

б) Два множества равновесий: $(P_1 = P_2 - 1, P_2 \in [21; 65])$ и $(P_1 = 65, P_2 > 65)$

$$\text{в) } P_1 = P_2, P_2 \in [24; 52]$$

$$21) \text{ а) } P_1 = 1, P_2 = 1$$

$$\text{б) } P_1 = 11, P_2 = 11$$

$$\text{в) Множество равновесий: } P_1 = P_2 - 1, P_2 \in [13; 20]$$

Модель спроса и предложения, ГОСВМЕШАТЕЛЬСТВО

9.1 Базовая модель спроса и предложения

Задача 1 *

Для каждого пункта ниже найдите рыночное равновесие: определите равновесную цену и количество товара, которое будет продаваться на рынке:

- (а) $Q_d = 4 - P$, $Q_s = 3P$
- (б) $Q_d = 4 - 4P$, $Q_s = 4P$
- (в) $Q_d = 8 - 4P$, $Q_s = 4P - 12$
- (г) $Q_d = 140 - 4P - P^2$, $Q_s = 20P - 5$

Задача 2 *

В каждом пункте найдите суммарный спрос соответствующих групп потребителей:

- (а) $Q_{d_1} = 120 - P$, $Q_{d_2} = 190 - P$
- (б) $Q_{d_1} = 60 - P$, $Q_{d_2} = 180 - 3P$
- (в) $Q_{d_1} = 3 - P$, $Q_{d_2} = 2 - P$, $Q_{d_3} = 1 - P$

Задача 3 *

В каждом пункте найдите суммарное предложение соответствующих групп производителей:

- (а) $Q_{s_1} = P$, $Q_{s_2} = 2P$
- (б) $Q_{s_1} = 2P$, $Q_{s_2} = P - 60$
- (в) $Q_{s_1} = P - 1$, $Q_{s_2} = P - 2$, $Q_{s_3} = P - 3$

Задача 4 *

Спрос и предложение на рынке имеют следующий вид: $Q_d = 25 - P$, $Q_s = P - 5$. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Определите равновесие на рынке.
- (б) Найдите объем профицита при цене, равной 18.
- (в) Найдите объем профицита при цене, равной 28.
- (г) Найдите объем дефицита при цене, равной 13.
- (д) Найдите объем дефицита при цене, равной 3.
- (е) При какой цене дефицит товара будет равен 8?
- (ж) При какой цене дефицит товара будет равен 24?
- (з) При какой цене профицит товара будет равен 8?
- (и) При какой цене профицит товара будет равен 24?

Задача 5 *

Известно, что производители готовы начать продавать игрушки начиная с цены, равной 100 рублей, а потребители будут покупать игрушки только по ценам, которые меньше 500. Известно, что функции спроса и предложения линейны, а сейчас на рынке продается 600 игрушек по цене 400. Восстановите функции спроса и предложения и запишите их функции.

Задача 6 *

Спрос на рынке имеет вид $Q_d = 20 - P$.

- (а) Как изменится функция спроса, если рынок покинет 50% покупателей?
(б) Как изменится функция спроса, если спрос увеличится на 20 при каждом значении цены?

(в) Как изменится функция спроса, если цена, которую готовы платить покупатели, уменьшится на 50% за каждую единицу товара?

Задача 7 **

Спрос на рынке описывался следующей функцией:

$$Q_d = \begin{cases} 600 - 6P, & P \leq 50 \\ 500 - 4P, & 50 < P \leq 100 \\ 200 - P, & 100 < P \end{cases}$$

Известно, что с этого рынка ушли два покупателя: один с функцией спроса $Q_{d_1} = 100 - P$, и второй с функцией спроса $Q_{d_2} = 100 - 2P$. Определите уравнение функции спроса после того, как эти два покупателя уйдут с рынка. Нарисуйте изначальный и изменившийся спрос на одном графике и сравните их.

Задача 8 **

Спрос на рынке задаётся функцией $Q_d = 180 - 3P$. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) При какой цене общие расходы потребителей окажутся равны 2400?
(б) При какой цене общие расходы потребителей будут максимальными?
(в) Верно ли, что при снижении цены товара суммарные расходы потребителей уменьшаются?

9.2 Государственное вмешательство**Задача 9 ***

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются следующими функциями: $Q_s = 3P - 60$, $Q_d = 180 - P$. Для каждого из следующих пунктов определите, новую равновесную цену и равновесное количество товара после государственного вмешательства. Будет ли на рынке дефицит или профицит товара и если да, то найдите величину дефицита/профицита.

(а) Государство вводит потоварный налог на производителей в размере 24 д.е.

(б) Государство вводит потоварную субсидию производителям в размере 24 д.е.

(в) Государство вводит потолок цены на уровне $\bar{P} = 80$.

(г) Государство вводит потолок цены на уровне $\bar{P} = 50$.

(д) Государство вводит пол цены на уровне $\underline{P} = 80$.

(е) Государство вводит пол цены на уровне $\underline{P} = 50$.

Задача 10 *

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются следующими функциями: $Q_s = 2P - 60$, $Q_d = 120 - P$. Ответьте на следующие вопросы:

(а) Какой потоварный налог нужно ввести государству, чтобы потребление товара снизилось в 2 раза?

(б) Какой потоварный налог нужно ввести государству, чтобы цена товара выросла на 24?

(в) Какую потоварную субсидию нужно ввести государству, чтобы потребление товара выросло на 15?

(г) Какую потоварную субсидию нужно ввести государству, чтобы цена товара снизилась в 2 раза?

Задача 11 *

Шаурма стоит 180 рублей и облагается НДС в размере 20%. Сколько денег получит государство за одну проданную шаурму?

Задача 12 *

На рынке со спросом и предложениям, имеющими вид $Q_d = 120 - 2P$, $Q_s = P$, государство вводит потоварный налог на производителя по ставке 30 д.е. за единицу товара. Какую часть налога переложит производитель на потребителя? Рассчитайте налоговое бремя потребителя и налоговое бремя производителя.

Задача 13 **

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются следующими функциями: $Q_s = 3P - 60$, $Q_d = 180 - P$. Для каждого из следующих пунктов определите, новую равновесную цену и равновесное количество товара после государственного вмешательства, а также сколько заработало или сколько потратило в итоге государство.

(а) Государство вводит на производителей налог на выручку в размере 50%.

(б) Государство вводит на производителей НДС в размере 50%.

(в) Государство вводит систему кешбэка покупателям в размере 25% от суммы покупки.

(г) Государство вводит на потребителей потоварный налог в размере 24.

(д) Государство одновременно вводит потоварную субсидию, равную 12, покупателям, и потоварный налог, равный 24, на производителей.

Задача 14 **

Восстановите изначальные функции предложения в следующих случаях:

(а) После введения потоварного налога в размере 10 д.е., функция рыночного предложения стала иметь вид $Q_s = 3P - 100$. Какой вид она имела до введения этого налога?

(б) После введения НДС в размере 50% д.е., функция рыночного предложения стала иметь вид $Q_s = 3P - 100$. Какой вид она имела до введения этого налога?

(в) После введения налога на выручку в размере 50% д.е., функция рыночного предложения стала иметь вид $Q_s = 3P - 100$. Какой вид она имела до введения этого налога?

Задача 15 **

Функция рыночного спроса имеет вид $Q_d = 150 - P$, а рыночного предложения – $Q_s = 2P - X$, где X – какое-то число. Государство, зная, что это за число, стремясь получить максимальные налоговые сборы, ввело потоварный налог, равный 50. Определите, чему равно число X .

Задача 16 **

В некоторой стране работает следующая система налогообложения: если доход не превышает 20000 рублей в месяц, то с такого человека не взимается налог на доход. С заработка от 20000 до 100000 рублей в месяц взимается налог в размере 10% от превышения над налогомнеоблагаемой суммой. Со всей суммы дохода, превышающей 100000 рублей в месяц, собирается налог в размере 20%. Таким образом, в стране используется прогрессивная система налогообложения. Для каждого из следующих людей найдите величину ежемесячного налога с дохода, которую он уплачивает, а также среднюю и предельную ставку налога:

- (а) Иван, зарабатывает 15000 в месяц.
- (б) Олег, зарабатывает 40000 в месяц.
- (в) Роман, зарабатывает 120000 в месяц.

Задача 17 **

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются следующими функциями: $Q_s = 2P - 60$, $Q_d = 120 - P$. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Выведите кривую Лаффера при введении потоварного налога.
- (б) При какой ставке потоварного налога государство соберет ровно 486 д.е. в виде налоговых сборов?
- (в) При каких ставках потоварного налога государство соберет больше 624 д.е. в виде налоговых сборов?
- (г) При какой ставке потоварного налога налоговые сборы государства максимальны?
- (д) При какой ставке потоварного налога товар перестанет продаваться?
- (е) У государства есть 384 д.е. На сколько оно сможет максимально увеличить потребление товара, если будет добиваться этого потоварной субсидией производителям?
- (ж) Пусть государство ввело потоварную субсидию, равную 15. Рассчитайте, сколько государству придется потратить на выплаты по этой субсидии.

Задача 18 ***

На рынке химических реактивов спрос задается обратной функцией $P_d = 460 + \frac{400}{Q} - 4Q$, а предложение – $P_s = 6Q - \frac{400}{Q} + 60$. Чему равна оптимальная ставка потоварного налога, максимизирующего налоговые сборы?

Задача 19 ***

На рынке имеется две группы потребителей. Спрос каждой из них можно записать как $Q_{d_1} = 180 - P$, $Q_{d_2} = 120 - P$. Также на этом рынке есть две группы производителей с следующими функциями предложения: $Q_{s_1} = P$, $Q_{s_2} = 2P - 60$.

- (а) Определите изначальное рыночное равновесие.
- (б) При какой минимальной ставке потоварного налога хотя бы одна группа из этих четырёх уйдет с рынка?
- (в) Пусть введен потоварный налог, равный 120. Найдите новое равновесие на рынке.
- (г) Какая ставка потоварного налога максимизирует налоговые сборы на этом рынке?
- (д) Государство решает дать потоварную субсидию только второй группе покупателей. При каком размере субсидии потребление обеих групп сравняется?
- (е) Государство решает ввести потоварный налог на первую группу производителей. При каких ставках налога эта группа уйдет с рынка?

Задача 20 ***

Функция рыночного спроса имеет вид $Q_d = 120 - P$, а рыночного предложения – $Q_s = 3P - X$, где X – какое-то число. Государство, зная, что это за число, стремится получить максимальные налоговые сборы, ввело НДС, равный 25%. Определите, чему равно число X .

Задача 21 ***

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются следующими функциями: $Q_s = 2P - 60$, $Q_d = 120 - P$. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Какая ставка НДС максимизирует налоговые сборы на этом рынке?
- (б) Какая ставка налога на выручку максимизирует налоговые сборы на этом рынке?
- (в) При какой ставке НДС государство соберет ровно 486 д.е. в виде налоговых сборов?
- (г) При каких ставках налога на выручку государство соберет больше 624 д.е. в виде налоговых сборов?
- (д) У государства есть 384 д.е. Какую субсидию в процентах от выручки может государство обеспечить производителям, чтобы потратить не более этой суммы?

9..3 Модель малой экономики в международной торговле и государственное вмешательство в неё

Задача 22 *

Спрос и предложение в некоторой стране имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Мировая цена сложилась на уровне $P_w = 80$, и данная страна никак не может на неё повлиять. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Будет ли данная страна экспортером или импортером товара?

(б) Рассчитайте, сколько товара будет потребляться и производиться на территории страны.

(в) Рассчитайте объем импорта/экспорта этой страны.

(г) На сколько должна опуститься мировая цена, чтобы страна поменяла свое направление торговли?

Задача 23 **

Спрос и предложение в некоторой стране имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Мировая цена сложилась на уровне $P_w = 80$, и данная страна никак не может на неё повлиять. Как мы знаем, данная страна изначально является экспортером. Рассчитайте, новые объемы производства, потребления внутри страны и экспорта(импорта) при введении следующих налогов:

- (а) Потоварный налог на производителей в размере 20 д.е.
- (б) Потоварный налог на производителей в размере 40 д.е.
- (в) Потоварный налог на внутренние продажи в размере 10 д.е.
- (г) Потоварный налог на потребителей в размере 10 д.е.
- (д) Потоварный налог на экспорт в размере 15 д.е.
- (е) Потоварная субсидия на экспорт в размере 10 д.е.

Задача 24 **

Спрос и предложение в некоторой стране имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Мировая цена сложилась на уровне $P_w = 80$, и данная страна никак не может на неё повлиять. Как мы знаем, данная страна изначально является экспортером. Государство вводит квоту (ограничение максимального количества) на экспорт в размере 30 единиц. Рассчитайте, кому, сколько товара, и по какой цене продадут производители.

Задача 25 ***

Спрос и предложение в некоторой стране имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Мировая цена сложилась на уровне $P_w = 80$, и данная страна никак не может на неё повлиять. Как мы знаем, данная страна изначально является экспортером. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Какой потоварный налог на экспорт максимизирует сборы?
- (б) Какой потоварный налог на внутренние продажи максимизирует сборы?
- (в) Какой потоварный налог на внутренние продажи максимизирует сборы при условии запрета импорта?
- (г) Какой потоварный налог на все продажи максимизирует сборы?
- (д) Какой потоварный налог на все продажи максимизирует сборы при условии запрета импорта?

Задача 26 ****

Спрос и предложение в стране имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = P$. Страна в качестве малой экономики торгует с открытым миром по цене, равной $P_w > 60$, которая задана как параметр: по этой цене можно покупать и продавать сколько угодно товара. Государство в целях максимизации налоговых сборов облагает производителей одним из следующих налогов. Для каждого налога определите его оптимальную ставку в зависимости от мировой цены P_w :

- (а) Потоварный налог.
- (б) Потоварный налог в условии запрета импорта.
- (в) Потоварный налог в условии запрета экспорта.
- (г) Потоварный налог на экспорт.

9..4 Модель торговли крупных экономик в международной торговле и государственное вмешательство в ней

Задача 27 **

Рассмотрим три страны, А, Б и С, спрос и предложение в которых описываются следующими функциями:

A	B	C
$Q_d^a = 90 - P$	$Q_d^b = 210 - P$	$Q_d^c = 300 - P$
$Q_s^a = P$	$Q_s^b = P - 30$	$Q_s^c = P - 30$

(а) Определите, какая из стран будет экспортером, а кто – импортером товара.

(б) Рассчитайте равновесную мировую цену и объем международной торговли.

Задача 28 ***

Рассмотрим две страны, А и Б, спрос и предложение которых имеют следующий вид:

A	B
$Q_d^a = 150 - P$	$Q_d^b = 210 - P$
$Q_s^a = P - 30$	$Q_s^b = P - 30$

(а) Определите направление и объем международной торговли

(б) При введении какой потоварной экспортной пошлины торговля между странами прекратится?

(в) Какая потоварная экспортная пошлина в стране-экспортере максимизирует налоговые сборы?

(г) Какой потоварный налог в стране-экспортере максимизирует налоговые сборы?

(д) Предположим, что страна-экспортер ввела квоту на экспорт в размере максимум 20 единиц. Определите объем производства и потребления, а также цену товара в каждой из стран.

Задача 29 ****

Рассмотрим две страны, А и Б, спрос и предложение которых имеют следующий вид:

A	B
$Q_d^a = 150 - P$	$Q_d^b = 210 - P$
$Q_s^a = P - 30$	$Q_s^b = P - 30$

Страна-импортер внезапно вводит потоварную **экспортную субсидию**. Найдите, каким будет равновесие при торговле между этими странами, то есть цены, объемы производства, потребления, а также величины экспорта и импорта в каждой стране, если:

- (а) Ставка субсидии равна 24.
- (б) Ставка субсидии равна 92.
- (в) В общем виде, если ставка субсидии равна s .

Задача 30 ****

Рассмотрим три страны, А, Б и С, спрос и предложение которых имеют следующий вид:

A	B	C
$Q_d^a = 360 - 3P$	$Q_d^b = 120 - P$	$Q_d^c = 120 - P$
$Q_s^a = 0$	$Q_s^b = 2P$	$Q_s^c = P$

Страны А и С вводят на страну Б квоту: они не будут импортировать из этой страны более \bar{x} единиц товара каждая. Определите, каким будут объемы производства и потребления внутри каждой страны в зависимости от \bar{x} .

9..5 Ответы

- 1) а) $P = 1, Q = 3$
 б) $P = \frac{1}{2}, Q = 2$
 в) Равновесия нет(((
 г) $P = 5, Q = 95$
- 2) а) $Q_d = \begin{cases} 310 - 2P, & P \leq 120 \\ 190 - P, & 120 \leq P \leq 190 \\ 0, & 190 \leq P \end{cases}$
 б) $Q_d = \begin{cases} 240 - 4P, & P \leq 60 \\ 0, & 60 \leq P \end{cases}$
 в) $Q_d = \begin{cases} 6 - 3P, & P \leq 1 \\ 5 - 2P, & 1 \leq P \leq 2 \\ 3 - P, & 2 \leq P \leq 3 \\ 0, & 3 \leq P \end{cases}$
- 3) а) $Q_s = 3P$
 б) $Q_s = \begin{cases} 3P - 60, & P \geq 60 \\ 2P, & 60 \leq P \end{cases}$
 в) $Q_s = \begin{cases} 3P - 6, & P \geq 3 \\ 2P - 3, & 2 \leq P \leq 3 \\ P - 1, & 1 \leq P \leq 2 \\ 0, & 1 \leq P \end{cases}$
- 4) а) $P = 15, Q = 10$
 б) 6
 в) 23
 г) 4
 д) 22
 е) 11
 ж) 1
 з) 19
 и) 29
- 5) $Q_s = 2P - 200, Q_d = 3000 - 6P$
- 6) а) $Q_d = 10 - \frac{P}{2}$
 б) $Q_d = \begin{cases} 20, & P \leq 20 \\ 40 - P, & 20 \leq P \end{cases}$
 в) $Q_d = 20 - 2P$
- 7) $Q_d = \begin{cases} 400 - 3P, & P \leq 100 \\ 200 - P, & 100 < P \end{cases}$
- 8) а) $P = 20$ и $P = 40$

- б) $P = 30$
в) Неверно
- 9) а) $P = 78, Q = 102$
б) $P = 42, Q = 138$
в) $P = 60, Q = 120$
г) $P = 50, Q = 90$, Дефицит=40
д) $P = 80, Q = 100$, Профицит=80
е) $P = 60, Q = 120$
- 10) а) $t = 45$
б) $t = 36$
в) $s = 22.5$
г) $s = 45$
- 11) 30
- 12) $t_d = 10, t_s = 20$.
- 13) а) $P = 96, Q = 84, T = 4032$
б) $P = 80, Q = 100, T = \frac{8000}{3}$
в) $P = 64, Q = 132, S = 2112$
г) $P = 54, Q = 102, T = 2448$
д) $P = 81, Q = 111, T = 1332$
- 14) а) $Q_s = 3P - 70$
б) $Q_s = 4.5P - 100$
в) $Q_s = 6P - 100$
- 15) $X = 100$
- 16) а) $T = 0, t_a = 0\%, t_m = 0\%$
б) $T = 2000, t_a = 5\%, t_m = 10\%$
в) $T = 12000, t_a = 10\%, t_m = 20\%$
- 17) а) $T = 60t - \frac{2}{3}t^2$
б) $t = 9$ и $t = 81$
в) $12 < t < 78$
г) $t = 45$
д) $t = 90$
е) на 4
ж) $S = 1050$
- 18) $t = 240$
- 19) а) $P = 72, Q = 156$
б) $t = 80$
в) $P = 150, Q = 30$
г) $t = 65$
д) $s = 60$
е) $t = 90$
- 20) $X = \frac{5400}{23}$

- 21) а) $t = 100\%$
 б) $t = 50\%$
 в) $t = \frac{300}{19}\%$ и $t = \frac{2700}{11}\%$
 г) $\frac{300}{17}\% < t < \frac{975}{14}\%$
 д) $s = \frac{75}{7}\%$
- 22) а) Экспортер
 б) $Q_d = 40, Q_s = 100$
 в) $Ex = 60$
 г) Более чем на 20
- 23) а) $Q_d = 40, Q_s = 60, Ex = 20$
 б) $Q_d = 40, Q_s = 20, Im = 20$
 в) $Q_d = 40, Q_s = 100, Ex = 100, Im = 40$
 г) $Q_d = 30, Q_s = 100, Ex = 70$
 д) $Q_d = 55, Q_s = 70, Ex = 15$
 е) $Q_d = 30, Q_s = 120, Ex = 90$
- 24) 50 единиц товара внутрь страны по цене 70 и 30 единиц товара на экспорт по цене 80.
- 25) а) $t = 10$
 б) \emptyset
 в) $t = 20$
 г) $t = 25$
 д) $t = 45$
- 26) а) $t^* = \frac{P_w}{2}$
 б) $t^* = \begin{cases} \frac{P_w}{2}, & P_w \geq 60\sqrt{2} \\ 60, & 60\sqrt{2} \leq P_w \end{cases}$
 в) $t^* = \begin{cases} 60, & P_w \geq 80 \\ 2P_w - 120, & 80 < P_w < 90 \\ \frac{P_w}{2}, & P_w > 90 \end{cases}$
 г) $t^* = \begin{cases} \frac{P_w}{2}, & P \geq 240 \\ P_w - 120, & 180 \leq P \leq 240 \\ \frac{P_w - 60}{2}, & P \leq 180 \end{cases}$
- 27) а) А – экспортер, В и С – импортеры
 б) $P^* = 114, Q_w = Ex_a = Im_B + Im_C = 114$
- 28) а) $P^* = 105, Q_w = Ex_a = Im_b = 30$
 б) $t = 30$
 в) $t = 15$
 г) $t = 50$
 д) $P^a = 100, Q_d^a = 50, Q_s^a = 70, P^b = 110, Q_d^b = 100, Q_s^b = 80$

29) а) $P_d^a = 87, P_s^a = 123, P_d^b = 123, P_s^b = 123, Q_d^a = 63, Q_{sa} = 81, Q_d^b = 99, Q_s^b = 81, Ex_a = Im_b = 81, Im_a = Ex_b = 63$

б) $P_d^a = 54, P_s^a = 120, P_d^b = 120, P_s^b = 126, Q_d^a = 96, Q_{sa} = 90, Q_d^b = 90, Q_s^b = 96, Ex_a = Im_b = 90, Im_a = Ex_b = 96$

в) При $s < 60$: $P_d^a = 105 - \frac{3}{4}s, P_s^a = 105 + \frac{1}{4}s, P_d^b = 105 + \frac{1}{4}s, P_s^b = 105 + \frac{1}{4}s, Q_d^a = 45 + \frac{3}{4}s, Q_{sa} = 75 + \frac{1}{4}s, Q_d^b = 105 - \frac{1}{4}s, Q_s^b = 75 + \frac{1}{4}s, Ex_a = Im_b = 75 + \frac{1}{4}s, Im_a = Ex_b = 45 + \frac{3}{4}s$

При $s \geq 60$: $P_d^a = 90 - \frac{1}{2}s, P_s^a = 120, P_d^b = 120, P_s^b = 90 + \frac{1}{2}s, Q_d^a = 60 + \frac{1}{2}s, Q_{sa} = 90, Q_d^b = 90, Q_s^b = 60 + \frac{1}{2}s, Ex_a = Im_b = 90, Im_a = Ex_b = 60 + \frac{1}{2}s$

30) При $\bar{x} > 60$: $Q_d^a = 135, Q_d^b = 45, Q_d^c = 45, Q_s^b = 150, Q_s^c = 75$

При $48 \leq \bar{x} \leq 60$: $Q_d^a = 90 + \frac{3}{4}\bar{x}, Q_d^b = 60 - \frac{1}{4}\bar{x}, Q_d^c = 60 - \frac{1}{4}\bar{x}, Q_s^b = 120 + \frac{1}{2}\bar{x}, Q_s^c = 90 - \frac{1}{4}\bar{x}$

При $40 \leq \bar{x} \leq 48$: $Q_d^a = 90 + \frac{3}{4}\bar{x}, Q_d^b = 80 - \frac{2}{3}\bar{x}, Q_d^c = \bar{x}, Q_s^b = 80 + \frac{4}{3}\bar{x}, Q_s^c = 90 - \frac{1}{4}\bar{x}$

При $\bar{x} < 40$: $Q_d^a = 72 + \frac{6}{5}\bar{x}, Q_d^b = 80 - \frac{2}{3}\bar{x}, Q_d^c = 24 + \frac{2}{5}\bar{x}, Q_s^b = 80 + \frac{4}{3}\bar{x}, Q_s^c = 96 - \frac{4}{5}\bar{x}$

Общественное благосостояние

10..1 Общественное благосостояние и излишки экономических агентов в рыночных структурах

Задача 1 **

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. Рассчитайте величину излишка производителя, излишка потребителя и общественного благосостояния в равновесии, и укажите их на графике.

Задача 2 ***

Некоторый товар потребители могут приобрести двумя способами: у отечественной фирмы, которая производит его с предельными издержками в 300 рублей за штуку, или у иностранных продавцов, готовых продавать товар по 250 рублей за штуку. Среди потребителей есть ценители, которые оценивают потребление товара в 600 д.е., и любители, для которых денежный эквивалент потребления товара составляет 275 д.е. Известно, что ценители готовы купить максимум 100 единиц товара, а отечественная фирма – продать максимум 50 единиц товара. Государство запрещает потребление более 200 единиц товара в стране. Сколько товара, кто у кого и по какой цене должны купить, чтобы общественное благосостояние на этом рынке было максимальным?

Задача 3 ***

Рассмотрим стандартные функции спроса и предложения на рынке: $Q_d = 120 - P$, $Q_s = P$. Нарисуйте на графике и найдите численно величины излишка потребителя, излишка производителя, излишка государства, а также DWL от следующих вариантов государственного вмешательства:

- (а) Государство вводит потоварный налог, равный 30.
- (б) Государство вводит НДС в размере 50%.
- (в) Государство вводит потоварную субсидию в размере 40.
- (г) Государство вводит кешбэк покупателям в размере 50% от стоимости покупки.

(д) Государство вводит потолок цены на уровне $\bar{P} = 50$.

(е) Государство вводит пол цены на уровне $\underline{P} = 80$.

Задача 4 ***

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. ответьте на следующие вопросы:

- (а) Какой потолок цены максимизирует излишек потребителя (покупают товар только те, кто готов заплатить за него наибольшую цену)?
- (б) Какой пол цены максимизирует излишек производителя (продают товар только те, кто имеет наименьшие издержки)?

Задача 5 ***

На рынке по продаже яблок работает монополист, имеющий функцию издержек $TC = 30Q$. Спрос на яблоки имеет вид $Q_d = 180 - P$.

(а) Изобразите на графике и найдите численно излишек потребителя, излишек производителя, а также DWL монополии.

(б) Уменьшится или увеличится общественное благосостояние, если ввести потоварный налог, равный 1?

(в) Определите величину потоварной субсидии, которую должно выплачивать государство монополисту в целях максимизации общественного благосостояния.

(г) Определите уровень потолка цены, который максимизирует общественное благосостояние.

(д) Определите уровень потолка цены, который максимизирует излишек покупателя.

Задача 6 ***

Рассмотрим монополиста, имеющего функцию издержек $TC = \frac{Q^2}{2}$. Спрос на товар, который производит монополист, описывается функцией $Q_d = 24 - P$. Определите, чему будет равно общественное благосостояние, если государство:

(а) Введет потоварный налог, равный 6.

(б) Ограничит продажу товара 6 единицами.

(в) Заставит монополиста продать 6 единиц товара тем, кто готов за них больше всего заплатить, по цене 6 рублей.

(г) Заставит монополиста бесплатно раздать 6 единиц товара тем, кто готов за них больше всего заплатить.

(д) Выкупит у монополиста 6 единиц товара по цене 18 и продаст эти единицы тем, кто готов больше всего за него заплатить, по цене 12.

(е) Отстранив монополиста от управления компанией, и будет само производить 6 единиц товара, продавая его тем, кто готов больше всего за него заплатить, по цене $\sqrt{99}$ рублей, при этом выплачивая прибыль монополисту, отстраненному от управления компанией.

Задача 7 ***

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. Проводя свою политику, государство больше думает о производителях, чем о потребителях и самом себе, поэтому максимизирует функцию $CS + \alpha \cdot PS + GS$, где $\alpha > 1$. Найдите оптимальный размер потоварной субсидии для производителей, которое выберет государство в целях максимизации своей функции, в зависимости от значения α . Считайте, что цена не может опуститься ниже 0.

Задача 8 ***

Монополист работает на спросе $Q_d = 150 - P$. Его функция издержек имеет вид $TC = a \cdot Q^2$, где $a > 0$ – параметр. Известно, что в текущем оптимуме монополиста общественное благосостояние составляет $\frac{45}{49}$ от максимально возможного. Определите значение параметра a .

Задача 9 ****

Рассмотрим рынок, спрос и предложение на котором описываются функциями $Q_d = 120 - p$, $Q_s = P$. Для каждого варианта многоинструментного государственного вмешательства нарисуйте на графике DWL , который создаст это вмешательство.

(а) Государство вводит пол цены на уровне $\underline{P} = 90$, выкупает весь профицит по рыночной цене у производителей и выкидывает его в море.

(б) Государство вводит потолок цены на уровне $\bar{P} = 40$. Также оно покупает количество товара, равное дефициту, который создал потолок на рынке, у иностранных продавцов по цене $P_w = 90$ (ни у покупателей, ни у производителей нет выхода на данный рынок, только у государства), и продает это количество на внутренний рынок по цене потолка, полностью покрывая дефицит.

(в) Государство вводит пол цены на уровне $\underline{P} = 70$. После окончания продаж от производителя тем, кто готов был товар купить, государство выкупает весь размер профицита и бесплатно раздаёт его людям, которые готовы были заплатить максимальную сумму за данный товар, но не купили его у производителей.

(г) Государство хочет купить у производителей 60 единиц товара. Для этого оно вводит такую потоварную субсидию, чтобы стимулировать производителей продать ровно столько товара государству по цене $P = 30$ за единицу. Половину этого товара государство уничтожает, а половину продаёт потребителям, имея абсолютно неэластичное по цене предложение. При этом производители и потребители не взаимодействуют напрямую.

10..2 Общественное благосостояние при международной торговле

Задача 10 ***

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. Страна может покупать и продавать любое количество товара по цене $P_w = 80$ на мировом рынке.

(а) Рассчитайте величину излишка производителя, излишка потребителя и общественного благосостояния в равновесии, и укажите их на графике.

(б) Государство вводит потоварный налог на производителя на **все продажи** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства.

(в) Государство вводит потоварный налог на производителя на **экспорт** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства.

(г) Государство вводит потоварный налог на производителя на **внутренние продажи** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства. Считайте, что в этом пункте импорт запрещён.

(д) Представим, что государство запретило потребителям и производителям торговать с внешним миром. Оно само закупает у производителей весь объем экспорта, найденного вами в пункте а) по мировой цене, и продаёт его внешнему миру также по мировой цене. Как изменится общественное благосостояние? Нарисуйте DWL от такого вмешательства на графике.

(е) Государство закрыло всё производство в стране, так как сочло его слишком опасным для окружающей среды. Как изменится общественное благосостояние? Нарисуйте DWL от такого вмешательства на графике.

(ж) Государство не только закрыло внутреннее производство, но и решило закупать товар на внешнем рынке по мировой цене в количестве, которое равнялось бы производству внутри страны до введения ограничений. Весь этот объем товара государство продаёт на внутренний рынок по цене, по которой это количество готовы купить. Как изменится общественное благосостояние? Нарисуйте DWL от такого вмешательства на графике.

Задача 11 ***

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. Страна может покупать и продавать любое количество товара по цене $P_w = 30$ на мировом рынке.

(а) Рассчитайте величину излишка производителя, излишка потребителя и общественного благосостояния в равновесии, и укажите их на графике.

(б) Государство вводит потоварный налог на **производителя** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства.

(в) Государство вводит потоварный налог на **потребителя** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства.

(г) Государство вводит потоварный налог на **импорт** в размере $t = 10$. Изобразите, как налог повлияет на равновесие на графике, размер DWL , излишки покупателя, производителя и государства.

Задача 12 ***

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - P$, а предложение – $Q_s = 2P - 60$. Страна может покупать и продавать любое количество товара по цене $P_w = 80$ на мировом рынке. Государство больше волнует благосостояние потребителей и оно максимизирует следующую функцию: $\alpha \cdot CS + PS + GS$, где $\alpha > 1$. Определите оптимальную ставку потоварного налога на экспорт, которую выберет государство, в зависимости от параметра α .

Задача 13 ***

Рассмотрим взаимодействие крупных стран. Мир состоит из двух стран, торгующих друг с другом. Их спросы и предложения имеют следующий вид:

A	B
$Q_d^a = 150 - P$	$Q_d^b = 210 - P$
$Q_s^a = P - 30$	$Q_s^b = P - 30$

Страна-экспортер вводит потоварный налог на экспорт.

(а) Найдите общественное благосостояние каждой страны при нулевом налоге.

(б) Найдите ставку налога, который максимизирует налоговые сборы страны-экспортера.

(в) Найдите ставку налога, который максимизирует общественное благосостояние страны-экспортера.

Задача 14 ****

Рассмотрим взаимодействие крупных стран. Мир состоит из двух стран, торгующих друг с другом. Их спросы и предложения имеют следующий вид:

A	B
$Q_d^a = 120 - P$	$Q_d^b = 240 - P$
$Q_s^a = P$	$Q_s^b = P$

Обе страны одновременно вводят потоварные торговые налоги: страна-экспортер – на экспорт, а страна-импортер – на импорт.

(а) Определите, какими будут равновесные ставки налогов, если задача каждой страны – максимизация налоговых сборов.

(б) Определите, какими будут равновесные ставки налогов, если задача каждой страны – максимизация собственного общественного благосостояния.

(в) Определите, какие ставки налогов максимизируют суммарные налоговые сборы.

(г) Определите, какие ставки налогов максимизируют суммарное общественное благосостояние.

10.3 Внешние эффекты

Задача 15 **

Спрос и предложение на рынке описываются функциями $Q_d = 120 - 2P$, $Q_s = 3P - 60$. Каждая единица товара, проданная на данном рынке, несет издержки для третьих лиц в размере 40.

(а) Определите, каким потоварным налогом нужно обложить данный рынок, чтобы добиться максимального общественного благосостояния.

(б) Будет ли ваш ответ в предыдущем пункте верен для любых функций спроса и предложения, но при таких же издержках третьих лиц?

Задача 16 ***

На совершенно конкурентном рынке функции спроса и предложения имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Товар при производстве создаёт негативный внешний эффект, равный $EC = \frac{Q^2}{2}$.

(а) Рассчитайте величину отрицательного внешнего эффекта в равновесии.

(б) Определите величину общественного благосостояния в равновесии.

(в) Определите общественно оптимальное количество товара.

(г) Определите величину максимально возможного благосостояния на данном рынке.

(д) Найдите, какой DWL создает факт того, что рынок не учитывает внешний эффект.

(е) Найдите, какой потоварный налог должно ввести государство для максимизации общественного благосостояния.

(ж) Найдите, какой НДС должно ввести государство для максимизации общественного благосостояния.

(з) Найдите, какой налог на выручку должно ввести государство для максимизации общественного благосостояния.

Задача 17 ***

На совершенно конкурентном рынке функции спроса и предложения имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = 2P - 60$. Товар при потреблении создаёт положительный внешний эффект, равный $EB = \frac{Q^2}{4}$.

(а) Рассчитайте величину положительного внешнего эффекта в равновесии.

(б) Определите величину общественного благосостояния в равновесии.

(в) Определите общественно оптимальное количество товара.

(г) Определите величину максимально возможного благосостояния на данном рынке.

(д) Найдите, какой DWL создает факт того, что рынок не учитывает внешний эффект.

(е) Найдите, какую потоварную субсидию должно ввести государство для максимизации общественного благосостояния.

Задача 18 ***

На рынке со спросом $Q = 120 - P$ действует монополия с функцией издержек $TC = \frac{Q^2}{2}$. Товар, продаваемый фирмой, загрязняет окружающую среду: затраты третьих лиц при этом составляют $EC = \frac{Q^2}{4}$.

- (а) Определите потери третьих лиц в оптимуме монополиста.
- (б) Определите величину общественного благосостояния в оптимуме монополиста.
- (в) Какой потоварный налог или потоварную субсидию нужно ввести государству, чтобы промаксимизировать общественное благосостояние?
- (г) Найдите величину совокупного DWL от того, что рыночная структура является монополией и что монополист не учитывает внешний эффект.

Задача 19 ***

На рынке со спросом $Q = 120 - 2P$ действует монополия с функцией издержек $TC = \frac{Q^2}{2}$. Товар, продаваемый фирмой, загрязняет окружающую среду: затраты третьих лиц при этом составляют $EC = a \cdot Q^2$, где $a > 0$ – параметр.

- (а) Найдите, при каких значениях параметра a в целях максимизации благосостояния нужно облагать фирму налогом, а при каких – субсидией.
- (б) При каком значении a фирма будет производить общественно оптимальный объем выпуска без вмешательства государства?
- (в) Пусть $a = 1/2$. Найдите, какой размер потоварного налога максимизирует общественное благосостояние.

Задача 20 ***

Страна, спрос и предложение внутри которой имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = P$, можем импортировать из внешнего мира любое количество товара по цене $P_w = 30$. Однако, импортный товар, в отличие от произведенного внутри страны, сделан с нарушениями правил экологической безопасности и несет вред экологии в размере 20 за каждую единицу.

- (а) Рассчитайте вред, который нанесет товар экологии страны в равновесии.
- (б) Рассчитайте, какой объем товара должен импортироваться, а какой – производиться внутри страны для максимизации общественного благосостояния.
- (в) Найдите величину потоварного налога на импорт, которая максимизирует общественное благосостояние.

Задача 21 ****

Страна, спрос и предложение внутри которой имеют вид $Q_d = 120 - P$, $Q_s = P$, можем импортировать из внешнего мира любое количество товара по цене $P_w = 30$. Однако импортный товар, в отличие от произведенного внутри страны, сделан с нарушениями правил экологической безопасности и несет вред экологии в размере $EC = Q_{im}^2$.

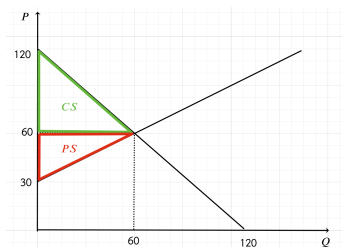
- (а) Рассчитайте вред, который нанесет товар экологии страны в равновесии.
- (б) Рассчитайте, какой объем товара должен импортироваться, а какой – производиться внутри страны для максимизации общественного благосостояния.
- (в) Найдите величину потоварного налога на импорт, которая максимизирует общественное благосостояние.

Задача 22 ****

На рынке некоторого товара со спросом $Q_d = 120 - P$ сложилась олигополия, состоящая из двух фирм. Первая фирма вложилась в экологически чистое производство, и её издержки имеют вид $TC_1 = Q_1^2$. Вторая же фирма решила не вкладываться в обеспечение экологической безопасности, поэтому её издержки имеют вид $TC_2 = \frac{Q_2^2}{2}$, однако, её товар создаёт ущерб экологии в размере $EC = \frac{Q_2^2}{2}$. Фирмы принимают решения о выпуске одновременно, после чего равновесная цена складывается из их суммарного количества товара: $P = 120 - Q_1 - Q_2$. Государство решает вмешаться в данный рынок, и обложить каждую фирму потоварным налогом или потоварной субсидией. Определите, какой размер налога/субсидии нужно ввести для первой фирмы, и какой размер налога/субсидии нужно ввести для второй фирмы, чтобы добиться максимального общественного благосостояния на данном рынке.

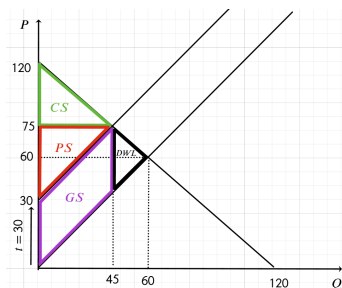
10..4 Ответы

- 1) $CS = 1800$, $PS = 900$, $SW = 2700$:

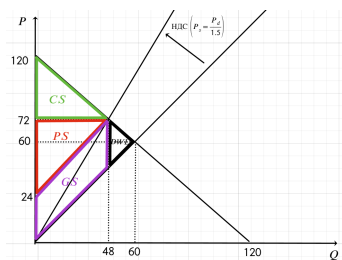


- 2) Ценители должны купить 100 единиц товара у иностранных продавцов и любители тоже должны купить 100 единиц товара у иностранных продавцов по любой цене.

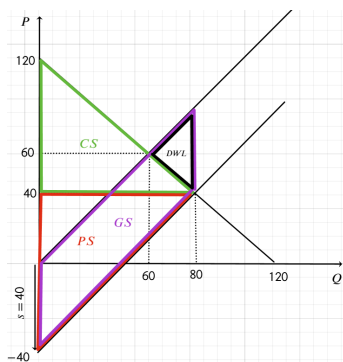
- 3) а) $CS = 1012.5$, $PS = 1012.5$, $GS = 1350$, $DWL = 225$:



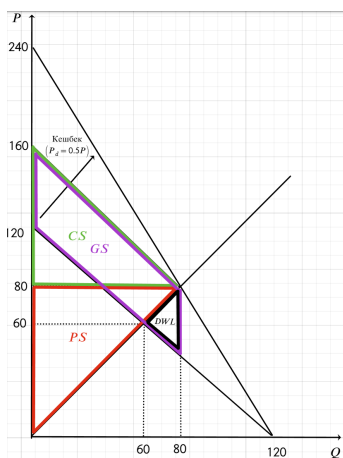
- б) $CS = 1152$, $PS = 1152$, $GS = 1152$, $DWL = 144$:



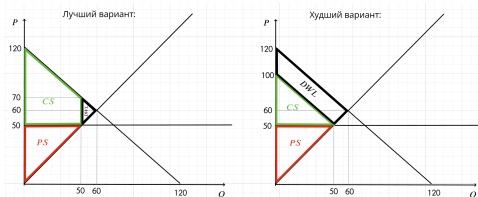
в) $CS = 3200$, $PS = 3200$, $GS = -3200$, $DWL = 400$:



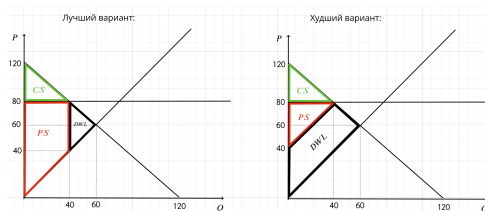
г) $CS = 3200$, $PS = 3200$, $GS = -3200$, $DWL = 400$:



д) $1250 \leq CS \leq 2250$, $PS = 1250$, $100 \leq DWL \leq 1100$:



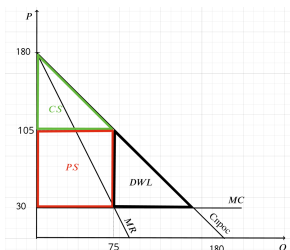
е) $CS = 800$, $800 \leq PS \leq 2400$, $400 \leq DWL \leq 2000$:



4) а) 52.5

б) 84

5) а) $CS = 2812.5$, $PS = 5625$, $DWL = 2812.5$:



б) Уменьшится

в) $s = 150$

г) $\bar{P} = 30$

д) $\bar{P} = 30$

6) а) $SW = 108$

б) $SW = 108$

в) $SW = 108$

г) $SW = 108$

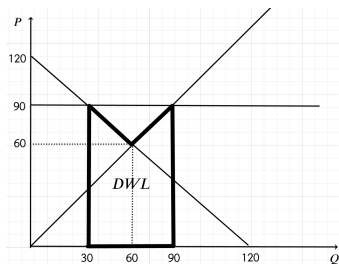
д) $SW = 108$

е) $SW = 108$

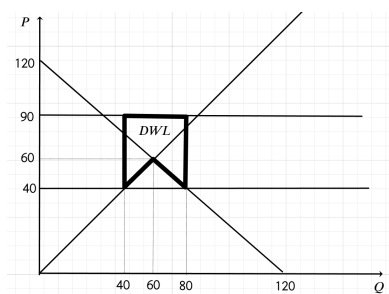
7) $s = \begin{cases} \frac{90(a-1)}{4-a} & a \leq 2.5 \\ 60 & a > 2.5 \end{cases}$

8) $a = \frac{3}{4}$

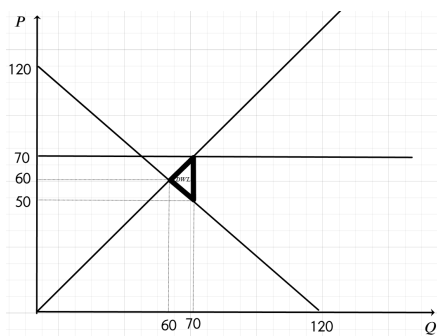
9) а)



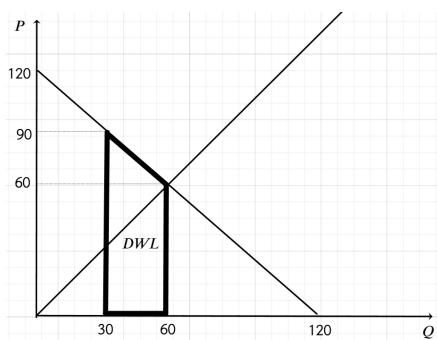
б)



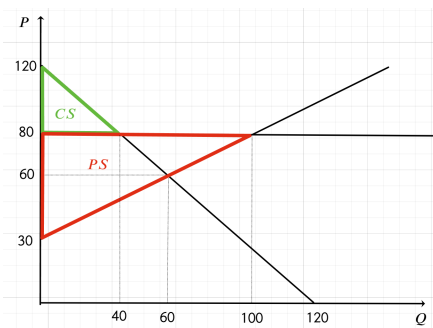
в)



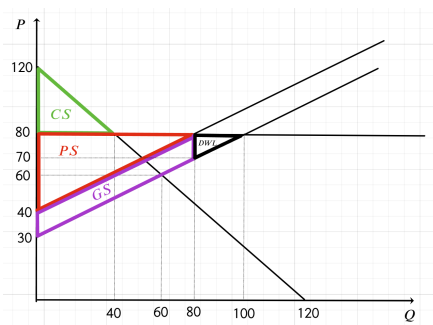
г)



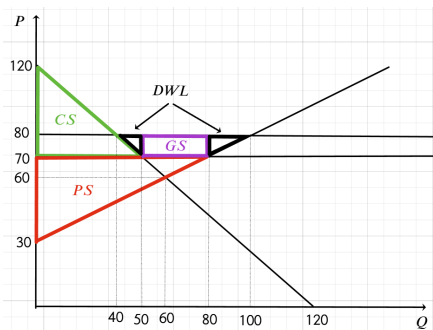
10) а) $CS = 800$, $PS = 2500$, $SW = 3300$:



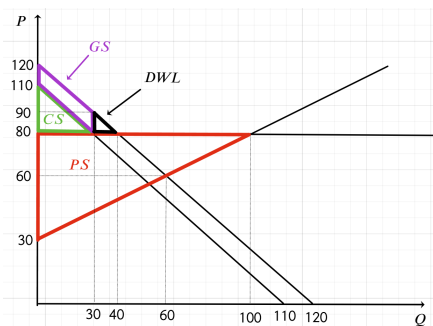
б)



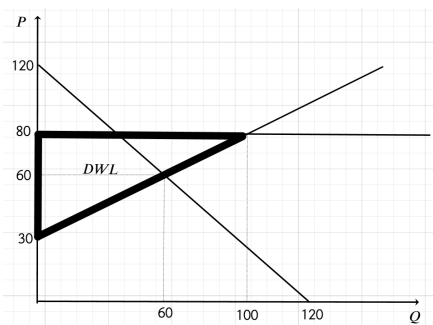
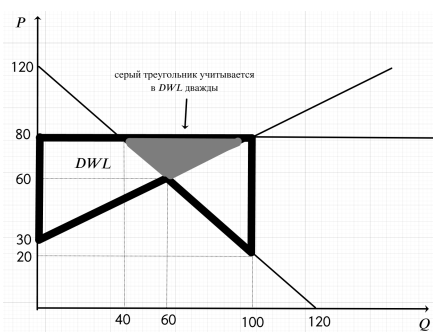
в)



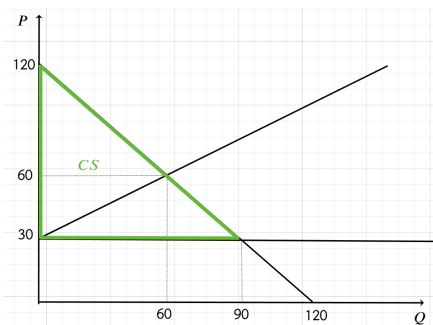
г)



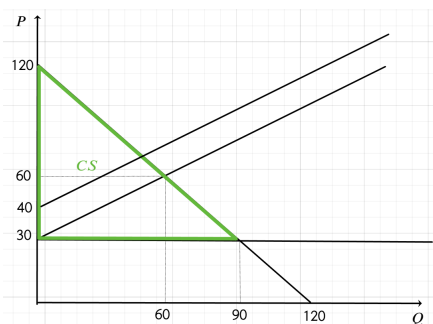
д) Благосостояние никак не изменится.

е) $\Delta SW = -2500$:ж) $\Delta SW = -4300$:

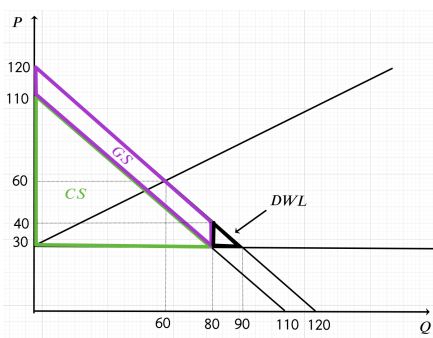
11) а) $CS = 4050$, $PS = 0$, $SW = 4050$:



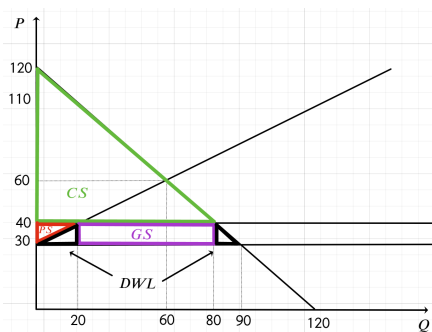
б)



в)



г)



- 12) $t_{ex} = \begin{cases} \frac{40(a-1)}{4-a} & a \leq 2 \\ 20 & a > 2 \end{cases}$
- 13) а) $SW_A = 3825, SW_B = 8325$
 б) $t_{ex}^* = 15$
 в) $t_{ex}^* = 10$
- 14) а) $t_A = 20, t_B = 20$
 б) $t_A = 15, t_B = 15$
 в) $t_A + t_B = 30$
 г) $t_A = 0, t_B = 0$
- 15) а) $t^* = 40$
 б) да
- 16) а) $EC = 1800$
 б) $SW = 900$
 в) $Q^* = 36$
 г) $SW_{max} = 1728$
 д) $DWL = 828$
 е) $t^* = 42$
 ж) $t_{НДС}^* = 100\%$
 з) $t_{от \text{ выручки}}^* = 50\%$
- 17) а) $ES = 900$
 б) $SW = 3600$
 в) $Q^* = 120$
 г) $SW_{max} = 10800$
 д) $DWL = 7200$
 е) $s^* = 75$
- 18) а) $EC = 400$
 б) $SW = 2800$
 в) $s^* = 24$
 г) $DWL = 80$

- 19) а) Налог при $a > \frac{1}{4}$, субсидия – при $a < \frac{1}{4}$
б) $a = \frac{1}{4}$
в) $t^* = 12$
- 20) а) $EC = 3600$
б) $Q_s = 54, Q_{im} = 12$
в) $t_{im}^* = 24$
- 21) а) $EC = 3600$
б) $Q_s = 54, Q_{im} = 12$
в) $t_{im}^* = 24$
- 22) $s_1 = 30, s_2 = 0$

Эластичность

Задача 1 *

Известно, что при снижении цены апельсинов в магазине с 50 до 45 рублей, объем их продаж вырос со 1000 единиц до 1200 единиц. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) На сколько процентов изменилась цена апельсинов?
- (б) На сколько процентов изменился объем продаж апельсинов?
- (в) На сколько процентов и в какую сторону изменилась выручка магазина от продажи апельсинов?
- (г) Рассчитайте на основе этих данных точечную ценовую эластичность спроса на апельсины.
- (д) Рассчитайте на основе этих данных дуговую ценовую эластичность спроса на апельсины.

Задача 2 *

Рассмотрим страны Нефтяндию, которая производит и продаёт нефть. В результате политического кризиса, цена нефти в мире увеличилась на 50%, в результате чего выручка страны от продажи нефти выросла на 80%.

- (а) Рассчитайте, на сколько процентов изменился объем добычи нефти в Нефтяндии.
- (б) Рассчитайте точечную ценовую эластичность предложения нефти Нефтяндией.
- (в) Рассчитайте дуговую ценовую эластичность предложения нефти Нефтяндией.

Задача 3 **

Известно, что спрос и предложение на рынке задаются линейными функциями. В равновесии на этом рынке продаётся 30 единиц товара по цене в 60 рублей, причем эластичность спроса по цене составляет $E_P^{Q_d} = -3$, а эластичность предложения – $E_P^{Q_s} = 2$. Найдите уравнения, которыми описываются функции спроса и предложения.

Задача 4 **

Формула функции спроса имеет вид $Q_d = 120 - P$. Ответьте на следующие вопросы:

- (а) Рассчитайте, чему равна ценовая эластичность спроса при цене, равной 60.
- (б) Рассчитайте, чему равна ценовая эластичность спроса при количестве, равном 100.
- (в) При какой цене эластичность спроса по цене будет равна -3?
- (г) При каком объеме продаж эластичность спроса по цене будет в абсолютном выражении равна 2?

Задача 5 **

Известно, что эластичность спроса по цене составила $E_P^{Q_d} = -\frac{1}{2}$.

- (а) Рассчитайте в этой точке эластичность цены по количеству.

(б) Рассчитайте в этой точке эластичность выручки по количеству.

(в) Рассчитайте в этой точке эластичность выручки по цене.

Задача 6 **

На рынке присутствуют две группы покупателей со следующими функциями спроса: $Q_{d1} = 24 - P$, $Q_{d2} = 20 - 2P$. Определите, при каких значениях цены суммарный рыночный спрос будет эластичным, а при каких – неэластичным.

Задача 7 **

Известно, что функция спроса имеет постоянную ценовую эластичность, по модулю равную 2. Определите, как изменятся общие расходы покупателей на покупку товара, если цена на него вырастет в 2 раза.

Задача 8 **

Известно, что с ростом дохода Васи с 1000 до 1600 рублей в день, он начал покупать в 2 раза больше чипсов.

(а) Рассчитайте, чему равна эластичность спроса Васи на чипсы по доходу.

(б) Рассчитайте, на сколько процентов изменится доля дохода Васи, которую он тратит на чипсы.

(в) Являются ли чипсы для Васи инферриорным товаром, товаром первой необходимости или товаром роскоши?

Задача 9 **

Функция спроса Алины на инжир по доходу имеет вид $Q_d = 24I^2 - I^3$. Рассчитайте, при каком значении дохода инжир будет являться для Алины инферриорным товаром, при каком – товаром первой необходимости и при каком – товаром роскоши.

Задача 10 **

Известно, что после введения потоварного налога на рынке с линейными функциями спроса и предложения, налоговое бремя производителя оказалось равно 30, а налоговое бремя потребителя – 10. Рассчитайте, во сколько раз ценовая эластичность спроса по модулю больше ценовой эластичности предложения в точке изначального равновесия.

Задача 11 ***

Известно, что эластичность функции спроса в любой точке можно рассчитать по формуле от количества: $E_P^{Q_d} = 1 - \frac{100}{Q}$, а также по формуле от цены: $E_P^{Q_d} = 1 + \frac{60}{P-60}$. Найдите уравнение рыночного спроса.

Задача 12 ***

В каждом из следующих случаев восстановите функцию спроса:

(а) Функция спроса линейна, а при $P = 8$ эластичность спроса по цене равна $-\frac{2}{3}$, а максимум выручки составляет 100.

(б) Функция спроса линейна, а при цене $P = 25$ эластичность спроса по цене равна -5 , при этом при количестве $Q = 10$ эластичность обратной функции спроса ($P(Q)$) по количеству равна $-\frac{1}{2}$.

(в) Эластичность функции спроса постоянна, и из любой точки при росте цены на 100% величина спроса падает на 50%. При этом точка $Q = 15$, $P = 10$ принадлежит спросу.

Задача 13 ***

Монополист, имеющий функцию издержек $TC = \frac{Q^2}{2} + 30Q + 200$, продаёт свой товар на спросе, описываемом функцией $Q_d = 150 - P$. Ответьте на следующие вопросы:

(а) Рассчитайте объем продаж и цену, которые выберет монополист в целях максимизации прибыли. Далее отвечайте на все вопросы для оптимального объема производства монополиста.

(б) Найдите эластичность спроса по цене.

(в) Найдите эластичность общих издержек по количеству.

(г) Найдите эластичность предельных издержек по количеству.

(д) Найдите эластичность средних издержек по количеству.

(е) Найдите эластичность общей выручки по количеству.

(ж) Найдите эластичность общей выручки по цене.

(з) Найдите эластичность предельной выручки по количеству.

(и) Найдите эластичность прибыли по количеству.

(к) Найдите эластичность прибыли по цене.

Задача 14 ***

Спрос на рынке задан функцией $Q = 120 - P$. Найдите, чему равна эластичность эластичности спроса по цене по цене, если $P = 30$.

Задача 15 ***

В некоторой Губернии из-за проблем с государственным управлением возникла проблема с слишком выросшей ценой на молоко. Мэр губернии, дабы не расстроить начальство, придумал величину, которую назвал условной ценой: так, если цена на рынке равна P , то условная цена имеет значение $y = \sqrt{P}$. Также, он придумал величину, которую назвал условным количеством, чтобы скрыть падение урожая. Так, если количество товара равно Q , то условное количество будет равно $x = Q^2$. Спрос на молоко в губернии задается функцией $Q = 120 - P$. Сейчас на рынке сложилась цена, равная $P = 100$. Найдите эластичность условного количества спроса по условной цене в этой точке.

Задача 16 ****

При росте дохода потребителя в $a > 1$ раз, доля своих денег, которую он тратил на морковь, изменилась в $b > 0$ раз. Найдите, при каких соотношениях параметров a и b морковь для потребителя будет инфериорным товаром, при каких – товаром первой необходимости, а при каких – товаром роскоши.

11..1 Ответы

- 1) а) Уменьшилась на 10%
 б) Увеличился на 20%
 в) Увеличилась на 8%
 г) $E_P^{Q_d} = -2$
 д) $E_P^{Q_d} = -\frac{19}{11}$
- 2) а) Увеличился на 20%
 б) $E_P^{Q_s} = 0.4$
 в) $E_P^{Q_s} = \frac{5}{11}$
- 3) $Q_s = P - 30$, $Q_d = 120 - \frac{3}{2}P$
- 4) а) $E_P^{Q_d} = -1$
 б) $E_P^{Q_d} = -0.2$
 в) $P = 90$
 г) $Q = 40$
- 5) а) $E_{Q_d}^P = -2$
 б) $E_Q^{TR} = -1$
 в) $E_P^{TR} = \frac{1}{2}$
- 6) Суммарный спрос эластичный на участках $12 < P < 24$ и $\frac{22}{3} < P < 10$, и неэластичный на участках $10 < P < 12$ и $P < \frac{22}{3}$.
- 7) Расходы покупателей уменьшатся в 2 раза.
- 8) а) $E_I^{Q_d} = \frac{5}{3}$
 б) Увеличилась на 25%
 в) Товар роскоши.
- 9) Товар роскоши при $0 < I < 12$, товар первой необходимости при $12 < I < 16$, инферриорный товар при $16 < I < 24$.
- 10) $\frac{E_P^{Q_d}}{E_P^{Q_s}} = 3$
- 11) $Q_d = 100 - \frac{5}{3}P$
- 12) а) $Q_d = 20 - P$
 б) $Q_d = 30 - P$
 в) $Q_d = \frac{150}{P}$
- 13) а) $Q = 40$, $P = 110$
 б) $E_P^{Q_d} = -\frac{11}{4}$
 в) $E_Q^{TC} = \frac{14}{11}$
 г) $E_Q^{MC} = \frac{4}{7}$
 д) $E_Q^{TC} = \frac{3}{11}$
 е) $E_Q^{TR} = \frac{7}{11}$
 ж) $E_P^{TR} = -\frac{7}{4}$
 з) $E_Q^{MR} = -\frac{8}{7}$
 и) $E_Q^{\Pi} = 0$
 к) $E_P^{\Pi} = 0$

14) $E_P^{E^{Q_d}} = \frac{4}{3}$

15) $E_y^x = -20$

16) При $b > 1$ товар роскоши, при $b < 1$ и $ab > 1$ товар первой необходимости, при $b < 1$ и $ab < 1$ – инфериорный товар.

Финансы

12.1 Начисление процентов и банковские вклады

Задача 1 *

Ваши накопления за первый год выросли на 20%, а во второй год снизились на 20%. Как ваши накопления в целом изменились за два года?

Задача 2 *

Вы положили на вклад в банке 2000 рублей. Ставка по вкладу равна 10% годовых.

(а) Сколько денег будет на вашем вкладе через год, если начисления происходят по правилу простых процентов?

(б) Сколько денег будет на вашем вкладе через год, если начисления происходят по правилу сложных процентов?

(в) Сколько денег будет на вашем вкладе через 3 года, если начисления происходят по правилу простых процентов?

(г) Сколько денег будет на вашем вкладе через 3 года, если начисления происходят по правилу сложных процентов?

Задача 3 *

Вы положили на вклад X рублей. Рассчитайте, чему равно X , если:

(а) Через четыре года на вашем счету было 4000 рублей, а ставка по вкладу равнялась 25%. Проценты начислялись по правилу простых процентов.

(б) Через три года на вашем счету было 1996,5 рублей, а ставка по вкладу равнялась 10% годовых. Проценты начислялись по правилу сложных процентов.

Задача 4 *

Известно, что вы положили на вклад 2000 рублей. Рассчитайте под какую ставку был открыт вклад, если:

(а) Через год у вас на счету было 2400 рублей и проценты начислялись по правилу простых процентов.

(б) Через год у вас на счету было 2400 рублей и проценты начислялись по правилу сложных процентов.

(в) Через три года у вас на счету было 6750 рублей и проценты начислялись по правилу простых процентов.

(г) Через три года у вас на счету было 6750 рублей и проценты начислялись по правилу сложных процентов.

Задача 5 **

Представьте, что вы положили на вклад в банке один миллион рублей. Вклад подразумевает номинальную ставку в 24% годовых, а все остальные условия будут прописаны в следующих пунктах. Ваша задача – рассчитать, сколько денег будет на данном вкладе спустя целых 2 года, и указать значение эффективной ставки процента по каждому из вкладов.

- (а) Если проценты начисляются раз в год.
- (б) Если проценты начисляются с капитализацией раз в полгода.
- (в) Если проценты начисляются с капитализацией раз в квартал (3 месяца).
- (г) Если проценты начисляются с капитализацией раз в месяц.

Задача 6 **

Вы положили на вклад 160000 рублей в начале 2026 года на 9 лет. Известно, что когда вы снимете деньги со вклада, его сумма вырастет на 380000 рублей. Рассчитайте, сколько денег было у вас на этом вкладе в начале 2032 года, если:

- (а) Проценты начислялись по правилу простых процентов.
- (б) Проценты начислялись по правилу сложных процентов.

Задача 7 **

Известно, что по вкладу на три года банк в первый год начислит 21% годовых, во второй – 43%, и в третий – 69%. Рассчитайте среднегодовую доходность этого вклада.

Задача 8 **

Гена положил 250 тыс. рублей. денег на вклад с процентной ставкой 2% в месяц.

- (а) Примерно через сколько месяцев Гена сможет накопить 500 тыс. рублей на своем вкладе?
- (б) Примерно через сколько месяцев Гена сможет накопить 1 млн рублей на своем вкладе?

Задача 9 **

Вы принесли деньги в банк, чтобы открыть вклад на три года. Работник банка предложил вам четыре варианта вклада:

1. Вклад «Волатильный»: в первый год ставка составит 20%, во второй – 15%, в третий – 10%.
2. Вклад «Стабильный»: в каждый год ставка будет равна 13%
3. Вклад «Растущий»: в первый год ставка составит 10%, во второй – 15%, в третий – 20%.
4. Вклад «Низкий»: в каждый год ставка будет равна 10%

(а) Какой вклад вы выберете, чтобы получить максимальную доходность со своих вложений?

(б) Какой вклад вы выберете, если ежегодную ставку по вкладу «Стабильный» повысят до 15%?

Задача 10 ***

Катя положила на свой вклад 40000 рублей под 10% годовых, а затем на протяжении еще 9 лет каждый год докладывала на него 10000 рублей. Сколько денег оказалось на счету Кати спустя 10 лет? Ответ округлите до целого числа.

Задача 11 ***

Построив успешную компанию и продав весь бизнес, инвестор Алексей получил 120 миллионов рублей. Он решил часть денег положить на вклад под 20% годовых, а оставшуюся сумму потратить на потребление. Больше Алексей работать не будет, а будет жить лишь на проценты со вклада. Он считает, что ставка по вкладу всегда будет равна 20%. Какую сумму от изначальных средств нужно положить Алексею в банк, если он хочет каждый год тратить одинаковую сумму денег, и чтобы сумма его сбережений не менялась от года к году?

Задача 12 ***

Никите подарили на день рождения 10000 рублей, а он не хотел деньги, он хотел велосипед. Цена велосипеда составляет 20000 рублей, и Никита считает, что она не будет меняться со временем. Так что всю полученную сумму Никита решил положить на вклад. Однако, он хочет снимать с этого вклада определенную фиксированную сумму денег каждый месяц (начиная со следующего), чтобы покупать мороженное. Когда он купит велосипед, мороженное он тоже купит в этот же месяц. Ответьте на следующие вопросы (независимые друг от друга):

(а) Пусть ставка по вкладу равна 2% в месяц. Какую сумму может каждый месяц снимать Никита со вклада, чтобы хоть когда-нибудь накопить на велосипед?

(б) Никита хочет снимать 190 рублей каждый месяц. Укажите все возможные значения ежемесячной ставки процента, при которых Никита сможет хоть когда-нибудь накопить на велосипед.

(в) Известно, что при ставке в 4% в месяц, Никита смог накопить на велосипед за два года. Какую сумму он ежемесячно снимал со вклада?

(г) Известно, что ставка по вкладу равна $100r\%$ в месяц, и Никита смог накопить на велосипед через N лет. Сколько денег он мог снимать каждый месяц? Найдите ответ в зависимости от r и N .

Задача 13 ***

У Полины на вкладе лежало S денег. Вклад был открыт на N лет под $100r\%$ годовых. Полина каждый год (начиная со следующего после открытия вклада) снимала с вклада определенную сумму денег, в результате чего после снятия денег в конце срока итоговая сумма денег оказалась в $t > 1$ раза меньше, чем изначальная (в год закрытия вклада Полина сняла сразу все оставшиеся деньги). Какую же сумму денег снимала Полина в зависимости от параметров задачи?

Задача 14 ****

Максим положил на свой вклад S денег под $100r\%$ годовых на $N > 3$ лет. Ответьте на следующие вопросы (каждый следующий пункт дополняет преды-

душий):

(а) Найдите, какая сумма будет у Максима при закрытии вклада.

(б) Когда Максим решил каждый год добавлять на вклад сумму X (начиная со следующего и до предпоследнего, то есть при снятии денег он уже ничего не добавлял), итоговая сумма на счету при снятии вклада выросла в 2 раза по сравнению с предыдущим пунктом. Найдите, чему равен X .

(в) После этого Максим решил, что в последние 3 года вклада до закрытия он будет снимать по Y денег каждый год (то есть последний раз он снимет Y за 1 год до закрытия вклада). В результате сумма на счету при закрытии вклада уменьшилась на Z . Найдите, чему равен Y .

12..2 Валютные курсы

Задача 15 *

Курс рубля к доллару изменился со 100 рублей за доллар до 80 рублей за доллар. Найдите процентное изменение:

(а) Прямого курса доллара

(б) Обратного курса доллара

(в) Прямого курса рубля

(г) Обратного курса рубля

Задача 16 *

Известно, что один доллар стоит 80 рублей, а один евро стоит 100 рублей. Сколько долларов стоит один евро?

Задача 17 *

В Беларуси одно яблоко стоит 2 белорусских рубля, а в России – 20 российских рублей. Известно, что прямой курс белорусского рубля равен 30 российских рублей. На сколько процентов больше яблок можно купить в России на ту же сумму, что и в Беларуси?

Задача 18 **

Алёна думает, как бы выгоднее вложить свои деньги. Она может открыть вклад в России, или же открыть вклад в китайском банке. Считайте, что оба вклада не предполагают ежемесячную капитализацию. В России ставка процента по рублям на два года равна 24% годовых, а в Китае – 6% годовых на два года в юанях. Алёна планирует держать деньги на вкладе на протяжении 2 лет, а затем снять все деньги и купить квартиру в Москве. Известно, что каждый год рубль будет терять покупательную способность к юаню, то есть его курс каждый год будет падать на 20% по сравнению с предыдущим годом.

(а) Рассчитайте доходность в рублях для каждого вклада.

(б) Какой вклад стоит выбрать Алёне, чтобы получить максимальное количество денег через 2 года?

(в) Пусть рубль обесценивается не на 20% каждый год, а на $X\%$. При каких значениях X Алёна выберет вклад в России?

12..3 Приведенная текущая стоимость денежных потоков

Задача 19 *

Вы получите 810 рублей через три года. Ставка процента каждый год будет равна 50% годовых. За какую сумму прямо сейчас вы бы согласились отказаться от этой выплаты?

Задача 20 *

Сколько денег вы сейчас должны положить на вклад, что получить 470,4 рубля на счету через два года, если ставка по вкладу равна 40% годовых?

Задача 21 **

Вам достался лотерейный билетик, по которому организатор лотереи должен выплачивать владельцу по 1000 рублей каждый год бесконечное количество лет, начиная с текущего момента времени. Если вы уверены, что ставка процента в экономике будет всегда равна 5% годовых, за какую минимальную сумму вы готовы будете продать этот билет?

Задача 22 **

Рассмотрим следующий проект: прямо сейчас инвестиции в него должны составить 220 тыс. рублей, после чего он будет приносить прибыль следующие два периода. Через год он принесет чистую прибыль, равную 120 тыс. рублей, а через 2 года – чистую прибыль, равную 180 тыс. рублей. Ставка по кредитам и депозитам в экономике одинакова и равна 20% годовых.

(а) Рассчитайте NPV этого проекта. Обозначьте эту сумму за X .

(б) Выгодно ли реализовывать этот проект? Почему?

(в) NPV показывает, какую **моментальную** прибыль можно получить от реализации проекта. Представьте, что вы не имеете денег, и все что вы можете, это в любой момент брать кредиты, класть депозиты и вкладываться в данный проект. Предложите алгоритм действий в каждом из периодов, чтобы получить ровно X денег прямо сейчас, и никому не остаться должным.

(г) Несмотря на положительный NPV, данный проект в реальности не был реализован. Почему так могло произойти?

(д) Рассчитайте среднегодовую доходность этого проекта (irr)

(е) При каких ставке процента (помимо 20% из условия) было бы выгодно реализовать данный проект?

Задача 23 **

Рассмотрим следующий проект: для него нужны стартовые инвестиции в 950 тыс. рублей, после чего он будет генерировать прибыль следующие два периода. Через год он принесет 780 тыс. рублей прибыли, а через два года – 676 тыс. рублей прибыли. Известно, что ставка по кредитам в экономике равна 40% годовых, а по депозитам – 30% годовых.

(а) У Аня есть 950 тыс. рублей наличными, чтобы реализовать проект. Выгодно ли ей это делать?

(б) У Вани нет денег, но он может взять кредит для реализации проекта. Выгодно ли ему это делать?

Задача 24 **

Соня выиграла в лотерею 12 миллионов рублей. Однако по правилам лотереи она может получить только половину суммы сразу, или же можно получить всю сумму равными ежемесячными платежами на протяжении двух лет, начиная с начала следующего месяца. Известно, что ставка процента равна 2% в месяц. Какой из двух вариантов выберет Соня?

Задача 25 **

Костя собирается вложить свои кровные денежки в проект, который в состоянии приносить деньги бесконечное количество лет без всякого риска. Известно, что через год он принесет чистую прибыль в размере 100 тыс. рублей, после чего каждый год чистая прибыль будет расти на 5% в год. Если Костя считает, что ставка по кредитам и депозитам в экономике будет всегда равна 10% годовых, при каких максимальных изначальных вложениях Костя согласится на реализацию этого проекта?

Задача 26 **

Ставка по вкладам и кредитам в текущем году равна 10% годовых, но вам известно, что в следующем году она поднимется до 25%. Вы хотите вложиться в проект, который принесет вам по 440 тыс. рублей в следующие два года. При какой максимальной сумме начальных инвестиций вы готовы были бы вложиться в этот проект?

Задача 27 ***

Предприимчивая Марина выкупила все билеты на самолёт из Москвы в Тайланд еще за год до рейса, чтобы потом продать их подороже. Всего билетов было 100 штук, и купила она их по 50 тыс. рублей за штуку. Продать билеты она может в три момента времени:

- 1) Если продать их прямо сейчас, то можно продать их на 20% дороже цены покупки.
- 2) Если продать их через 6 месяцев, то можно будет продать их на 40% дороже цены покупки.
- 3) Если продать их прямо перед вылетом, то можно будет продать их на 250% дороже цены покупки, но продать получится только половину билетов, а остальные можно будет выкинуть.

Какой из трех вариантов выберет Марина, если ежемесячная ставка процента по вкладам в экономике равна 2% в месяц?

Задача 28 ***

Арина каждый месяц платит за домашний интернет 500 рублей. Известно, что ставка процента по вкладам и кредитам на ближайший год будет равна 2% в месяц. Для каждой акции, которую предложит провайдер Арины, определите, выгодно или не выгодно на неё соглашаться:

- (а) Провайдер предложил заплатить по 490 рублей сразу за два месяца
- (б) Провайдер предложил заплатить 5500 за весь год сразу.
- (в) Провайдер предложил заплатить по 450 рублей сразу за n месяцев. n может выбрать сама Арина. Какое n она выберет?

12..4 Кредиты

Задача 29 *

Вы взяли кредит, который нужно погасить одним платежом ровно через год. Ответьте на следующие вопросы в независимых друг от друга ситуациях:

(а) Чему равен ваш платеж банку, если вы взяли 320 тыс. рублей под 20% годовых?

(б) Сколько вы взяли в кредит, если ставка по нему составила 10% годовых, и вы заплатили банку в итоге 1419 тыс. рублей?

(в) Чему равна ставка по кредиту, если вы взяли 880 тыс. рублей, а заплатили банку 1100 тыс. рублей?

Задача 30 **

Петя взял кредит в размере 1 млн рублей на 20 лет под 15% годовых.

(а) Рассчитайте размер ежегодного платежа Пети при аннуитетной системе платежей с платежом раз в год.

(б) Рассчитайте размер переплаты по данному кредиту при аннуитетной системе платежей с платежом раз в год.

(в) Рассчитайте размер первого платежа при дифференцированной системе платежей (размер долга каждый год должен уменьшаться на одну и ту же величину).

(г) Рассчитайте размер переплаты по данному кредиту при дифференцированной системе платежей (размер долга каждый год должен уменьшаться на одну и ту же величину).

(д) Сравните размер переплаты по двум системам. Качественно обоснуйте, почему в одной из них переплата меньше, чем в другой.

Задача 31 **

Крупная фирма планирует взять большой кредит под 2% годовых для постройки нового завода на Урале на 16 лет. Платежи по кредиту должны проходить по дифференцированной системе: в начале каждого нового года сумма задолженности перед банком должна уменьшаться на одну и ту же сумму (платежи при этом, как вы понимаете, будут не равны). Проценты начисляются на остаток долга в начале каждого года. Известно, что всего в абсолютном выражении фирма выплатила банку 702 млн рублей за 16 лет. Найдите, чему равнялся восьмой платеж банку от этой фирмы.

Задача 32 **

Арсений решил взять в кредит подержанный автомобиль стоимостью в 420 тыс. рублей. Кредит предполагает постоянную ставку в 10% годовых, а погасить кредит нужно пятью платежами раз в год по следующей системе: каждый следующий платеж **по телу долга** банку должен быть на 10 тыс. рублей больше, чем предыдущий. Каким будет первый платеж Арсения по этому кредиту?

Задача 33 ***

Известно, что бескупонная однолетняя облигация правительства, которую вы купили за 1000 рублей, стоила 1200 рублей через 4 месяца после покупки. Доходность в каждый момент времени в течение года по данной облигации одинакова.

- (а) Чему равен номинал этой облигации?
- (б) Какова её годовая доходность?
- (в) Сколько она будет стоить через 8 месяцев после покупки?

Задача 34 ***

Макар взял кредит в размере двух миллионов рублей на 10 лет под 10% годовых с аннуитетной системой платежей.

- (а) Рассчитайте ежегодный платеж Макара по кредиту.
- (б) Макар решил внести досрочный платеж на пятый год: он заплатил в два раза больше, чем должен был. Рассчитайте, на сколько в результате снизится его ежегодный платеж в следующие пять лет.
- (в) Какой дополнительный платеж должен был бы сделать Макар на пятый год, чтобы при неизменном размере платежа сократить срок кредита на один год?

Задача 35 ***

Петя Второй взял кредит в размере S рублей на N лет под $100r\%$ годовых.

- (а) Рассчитайте размер ежегодного платежа Пети при аннуитетной системе платежей с платежом раз в год.
- (б) Рассчитайте размер переплаты по данному кредиту при аннуитетной системе платежей с платежом раз в год.
- (в) Рассчитайте размер первого платежа при дифференцированной системе платежей (размер долга каждый год должен уменьшаться на одну и ту же величину).
- (г) Рассчитайте размер переплаты по данному кредиту при дифференцированной системе платежей (размер долга каждый год должен уменьшаться на одну и ту же величину).

Задача 36 ***

Представим стандартный кредит с аннуитетной системой платежей. В этой задаче вы можете использовать параметры кредита: сумма S , N лет, ежегодные выплаты и ставка по кредиту в $100r\%$ годовых. Ответьте как увеличится размер платежа по кредиту: менее, чем в 2 раза, ровно в 2 раза или больше, чем в 2 раза, при изменении следующих параметров:

- (а) Сумма кредита выросла в 2 раза.
- (б) Ставка процента выросла в 2 раза.
- (в) Срок, на который был взят кредит, уменьшился в 2 раза.

12.5 Рынок финансовых активов

Задача 37 *

АО «Груша» заработало 5 млн рублей чистой прибыли в прошедшем году. Половину этой суммы она решила инвестировать в развитие компании, а половину – выплатить в виде дивидендов. Известно, что компания выпустила всего 100 тысяч акций. Сколько денег в виде дивидендов получит Марк, владеющий 10 акциями «Груши»?

Задача 38 **

Государственные облигации считаются довольно безопасным средством вложения денег. В этой задаче будем считать, что риск по облигациям равен риску от вложения денег в банк. Ставка по кредитам и депозитам в экономике равна 20% годовых за все рассматриваемые годы. Рассчитайте равновесную рыночную стоимость каждой из следующих облигаций и сравните её с номиналом этой облигации:

- (а) Бескупонная облигация сроком на один год номиналом в 20160 рублей.
- (б) Бескупонная облигация сроком на два года номиналом в 20160 рублей.
- (в) Облигация сроком на два года номиналом в 11520 рублей и с ежегодным купоном в размере 10%.
- (г) Облигация сроком на три года номиналом в 11520 рублей и с ежегодным купоном в размере 20%.
- (д) Облигация сроком на три года номиналом в 11520 рублей и с ежегодным купоном в размере 30%.

Задача 39 **

Выплата по облигации через год составит 1 рубль. Каждый следующий год выплата будет увеличиваться на 1 рубль и так до бесконечности. Найдите, чему сейчас равна стоимость такой облигации, если ставка процента в экономике равна 100% годовых, и экономические агенты ожидают, что она не будет никогда меняться.

Задача 40 **

Вы получили инсайдерскую информацию о том, что одна акция АО «Картошка» будет к вечеру этого дня стоить ровно столько же, сколько и одна акция компании «Антошка». Однако, сейчас на рынке акция «Картошки» торгуется по 500 рублей, а «Антошки» – по 495 рублей. У вас нет денег, и вы не можете взаимодействовать с банками, вы можете только открывать длинные и короткие позиции (в том числе и непокрытые) на эти акции. Опишите алгоритм действий, который поможет вам провести **арбитражную прибыль**, то есть мгновенную и гарантированную прибыль. Считайте, что комиссия при торговле отсутствует.

Задача 41 **

Новоиспеченный инвестор Борис решил попробовать поторговать на фондовой бирже. Он послушал совет своего опытного друга-инвестора Максима и решил торговать только одним активом, чтобы испробовать свои аналитические возможности. Изначальные вложения Борис определил в размере 1000 рублей

и не будет снимать или пополнять свой баланс в процессе торговли, даже если он заработает или потеряет деньги.

Из недавно просмотренного видео об инвестициях Борис узнал, что самый безопасный актив на российской бирже – это iMOEX – индекс этой самой биржи. Борис решил, что будет делать вложения на год, а каждый год он может спокойно продавать или покупать паи фонда, вкладывающегося в этот индекс, у своего брокера (который, кстати, не берет за это комиссию), или же класть деньги на годовой депозит.

Друг-инвестор Максим уверил Бориса, что ставка по депозиту 4 года подряд будет составлять 10% годовых и не будет меняться. Значения индекса iMOEX на ближайшие 4 года Максим предсказывает в следующем размере (считайте, что 0 год – это текущий момент времени):

Год:	0	1	2	3	4
Значение индекса iMOEX:	3000	3500	3400	3700	4100

(а) Скажите, что такое индекс биржи и почему в видео, которое посмотрел Борис, сказали, что это – самый безопасный актив?

(б) Определите для каждого из 4 годов (которые начинаются в 0,1,2,3 периодах), что нужно делать Борису: класть свои деньги на депозит, или же вкладываться в фонд, который торгует индексом iMOEX?

Задача 42 **

Рассмотрите двухлетнюю купонную облигацию. Найдите недостающий параметр по данным вам условиям. При необходимости округлите ответ:

(а) Номинал облигации равен 1000 рублей, купон равен 10%, текущая стоимость облигации – 600 рублей. Чему равна доходность этой облигации?

(б) Вы купили облигацию с купоном в 20% за 1000 рублей, рассчитав получить по ней доходность в 10% годовых. Чему равен номинал этой облигации?

(в) Облигация стоит 2000 рублей, имеет номинал в 3000 рублей и вы рассчитываете получить доходность в 30% годовых по этой облигации. Чему равен её купон?

(г) Облигация имеет номинал в 3000 рублей и купон в 10% годовых. Если вы купите её по текущей цене, вы получите 20% доходности от этой облигации. Чему равна её цена?

Задача 43 ***

В этой задаче считайте, что риск по обозначенным облигациям равен банковскому риску. Текущая ставка по кредитам и депозитам в экономике равна 20%, однако все экономические агенты уверены, что через год она снизится до 15%, а еще через год – до 10%. Рассчитайте текущие равновесные стоимости следующих облигаций:

(а) Однолетняя бескупонная облигация с номиналом в 1440 рублей.

(б) Трехлетняя бескупонная облигация с номиналом в 7590 рублей.

(в) Двухлетняя облигация с номиналом в 2208 рублей и купоном в 20%.

(г) Трехлетняя облигация с номиналом в 6072 рубля и купоном в 50%.

(д) Трехлетняя облигация с номиналом в 6000 рублей и с плавающим купоном: он в каждый год равен текущей банковской ставке.

Задача 44 ***

Выплата по облигации в первый год составит 1 рубль, во второй – 3 рубля, в третий – 6 рублей, в четвертый – 10 рублей и так далее. Найдите, чему сейчас равна стоимость такой облигации, если ставка процента в экономике равна 100% годовых, и экономические агенты ожидают, что она не будет никогда меняться.

Задача 45 ***

Рассмотрите сбалансированный рынок, на котором торгуются три следующие облигации с определенными заранее выплатами в конце каждого из трех годов:

Название облигации	Текущая цена облигации	Выплата в конце первого года	Выплата в конце второго года	Выплата в конце третьего года
«Долгая»	10 д.е.	4 д.е.	2 д.е.	12 д.е.
«Быстрая»	20 д.е.	16 д.е.	7 д.е.	6 д.е.
«Стабильная»	30 д.е.	16 д.е.	15 д.е.	18 д.е.

Считая, что степень риска по данным облигациям и в банке одинаковая, рассчитайте, сколько денег вы сможете снять через три года, если прямо сейчас положите в банк на депозит 100 рублей. Считайте, что банковский рынок находится в равновесии с рынком облигаций.

Задача 46 ****

На текущий момент времени на рынке торгуются три финансовых актива: однолетние ОФЗ, акции «Тормозхозяйства» и выгодные фьючерсы на золото. Текущая цена ОФЗ равна 1000 рублей, акции «Тормозхозяйства» – 10 рублей, а фьючерса на золото – 100 рублей. Известно, что в будущем может произойти два события: либо грянет мировой экономический кризис, либо же кризиса не случится.

Если кризис произойдет, цена ОФЗ останется неизменной, стоимость одной акции «Тормозхозяйства» упадет на 2 рубля, а цена фьючерсов на золото вырастет на 50%. Если же кризиса не случится, цена ОФЗ увеличится до 1250 рублей, стоимость акции «Тормозхозяйства» вырастет на 40%, а фьючерсы на золото упадут в цене на 50%.

(а) Вы уверены, что кризиса не будет (только в этом пункте). Какую максимальную доходность вы можете получить в таком случае с помощью только длинных позиций?

(б) Имея возможность открывать только длинные и короткие позиции по данным трём финансовым активам без комиссии и обязательного покрытия, опишите ваш алгоритм действий для получения арбитражной прибыли на этом рынке.

(в) Считая, что цена ОФЗ и акций «Тормозхозяйства» стабильны, найдите равновесную цену фьючерса на золото.

(г) На получившемся сбалансированном рынке найдите равновесную стоимость пут-опциона на акцию «Тормозхозяйства» с ценой исполнения в 10 рублей и сроком исполнения сразу после того, как станет известно, будет ли кризис.

(д) Найдите равновесную стоимость колл-опциона на акцию «Тормозхозяйства» с ценой исполнения в 10 рублей и сроком исполнения сразу после того, как станет известно, будет кризис или нет.

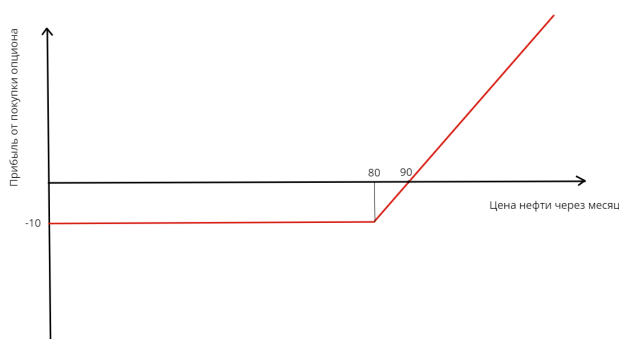
(е) Рассчитайте равновесную ставку по депозитам в этой экономике, считая, что депозит – безрисковый актив.

(ж) Для **всех** перечисленных в задаче финансовых активов укажите, являются ли они процентными, контрциклическими или ациклическими.

Задача 47 ****

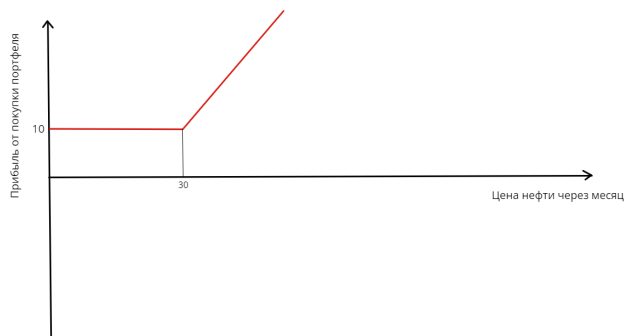
В данной задаче мы рассмотрим финансовый рынок, а именно один из производных финансовых инструментов: **опционы**. Опцион является ценной бумагой, дающей **право** на покупку (колл-опцион) или продажу (пут-опцион) актива по фиксированной цене (данная цена называется **ценой исполнения** опциона) через фиксированное время (**срок исполнения** опциона). В задаче мы будем рассматривать опционы на покупку или продажу нефти. Все опционы в задаче будут иметь срок исполнения, равный месяцу, однако, мы будем также считать, что дисконтирование на рынке отсутствует, так что срок исполнения, по сути, не важен. Все цены указаны в рублях. Вы можете заметить, что некоторые ситуации из задачи не могут существовать на сбалансированном рынке, так что считайте рынок не сбалансированным. Никакие цены не могут опускаться ниже 0. Прибылью от покупки опциона называется выгода от его реализации в срок исполнения за вычетом стоимости опциона.

(а) Рассмотрите следующий график зависимости **прибыли от покупки одного опциона от цены нефти через месяц**:



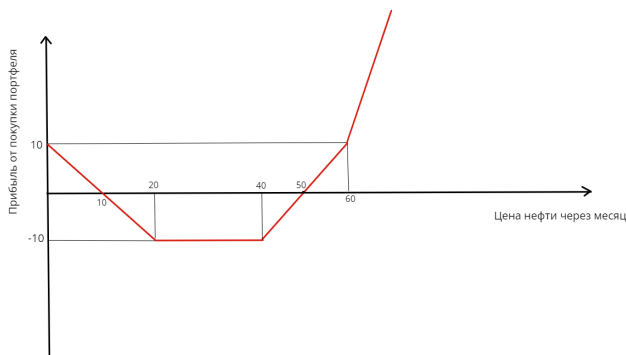
Определите, является ли данный опцион опционом на покупку (колл) или на продажу (пут). Также найдите текущую рыночную стоимость данного опциона и цену его исполнения.

(б) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля из двух разных опционов от цены нефти через месяц**:



Опишите, какие типы опционов находятся в портфеле: это два пут-опциона, два колл-опциона, или один из них пут-, а второй колл-? Найдите цену исполнения каждого опциона, а также суммарную стоимость портфеля.

(в) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля из трех разных опционов от цены нефти через месяц**:



Дополнительно вам известно, что существует интервал цен на нефть, при котором ни один опцион реализовывать не выгодно. Для каждого из трех опционов, представленных в портфеле, найдите, является ли он пут- или колл-опционом, а также цену его исполнения. Чему равна суммарная текущая стоимость такого портфеля?

12..6 Ответы

- 1) Уменьшились на 4%
- 2) а) 2200
б) 2200
в) 2600
г) 2662
- 3) а) 2000
б) 1500
- 4) а) 20%
б) 20%
в) $\frac{1900}{24}\%$
г) 50%
- 5) а) 1537600, $r_e = 24\%$
б) ≈ 1573519 , $r_e = 25.44\%$
в) ≈ 1593848 , $r_e \approx 26.25\%$
г) ≈ 1608437 , $r_e \approx 26.82\%$
- 6) а) 413333.(3)
б) 360000
- 7) 43%
- 8) а) 35
б) 70
- 9) а) «Волатильный» или «Растущий»
б) «Стабильный»
- 10) 253124
- 11) 100 млн
- 12) а) <200 рублей
б) >1.9%
в) ≈ 144.132
г) $\frac{10000r((1+r)^N-2)}{(1+r)^N-1}$
- 13) $\frac{S(t(1+r)^N-1)r}{t(1+r)((1+r)^{N-1}-1)}$
- 14) а) $S(1+r)^N$
б) $X = \frac{(1+r)^{N-1} \cdot r \cdot S}{(1+r)^{N-1}-1}$
в) $Y = \frac{r \cdot Z}{(1+r)((1+r)^3-1)}$
- 15) а) Уменьшились на 20%
б) Увеличился на 25%
в) Увеличился на 25%
г) Уменьшился на 20%
- 16) 1.25
- 17) на 200%
- 18) а) Доходность вклада в рублях – 24%, доходность вклада в юанях – 32.5%

- б) Вклад в юанях.
в) $X < \frac{450}{31}\%$
- 19) 240 рублей
20) 240 рублей
21) 21000 рублей
22) а) $X = 5$ тыс. рублей
б) Да, т.к. $NPV > 0$
в) Взять кредит в 225 тыс. рублей. 220 тыс вложить в проект, 5 тыс. рублей положить в карман. В следующих годах все выплаты по проекту отправлять в погашение кредита.
г) NPV не учитывает риски проекта
д) $irr \approx 21.75\%$
е) При ставка меньше, чем $\approx 21.75\%$
- 23) а) Выгодно
б) Не выгодно
- 24) Получить 12 миллионов сразу.
25) 2 млн. рублей
26) 720 тыс. рублей
27) Марина выберет 3 вариант.
28) а) Выгодно
б) Невыгодно
в) $n = 6$
- 29) а) 384 тыс. рублей
б) 1290 тыс. рублей
в) 25%
- 30) а) ≈ 159761 рублей
б) ≈ 2195220 рублей
в) 200000 рублей
г) 1575000 рублей
д) В дифференцированной системе первый платежи больше, чем в аннуитетной. Таким образом погашается сразу большее тело долга, и процентов успевают начислить меньше, поэтому переплата в дифференцированной системе меньше, чем в аннуитетной.
- 31) 44.25 млн рублей
32) 106 тыс. рублей
33) а) 1728 рублей
б) 72.8%
в) 1440 рублей
- 34) а) ≈ 325491 рублей
б) на ≈ 85864 рубля
в) ≈ 202104 рубля
- 35) а) $\frac{S \cdot r \cdot (1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$

- б) $\frac{(1+r)^N(rN-1)+1}{(1+r)^N-1} \cdot S$
в) $(\frac{1}{N} + r) \cdot S$
г) $\frac{r \cdot S \cdot (N+1)}{2}$
- 36) а) Ровно в 2 раза
б) Меньше, чем в 2 раза
в) Меньше, чем в 2 раза
- 37) 250 рублей
- 38) а) $16800 < N$
б) $14000 < N$
в) $9760 < N$
г) $11520 = N$
д) $13280 > N$
- 39) 2 рубля
- 40) Открыть короткую позицию по акции «Картошки» (взять её в долг и продать). Из полученных 500 рублей на 495 рублей купить акцию «Антошки», а 5 рублей положить в карман. Вечером продать акцию «Антошки», купить на эти деньги акцию «Картошки» и закрыть короткую позицию.
- 41) а) Так как индекс показывает средневзвешенную стоимость акций на бирже, то он практически не подвержен колебаниям стоимостей конкретных акций, а лишь системным рискам.
б) Кладь на депозит выгодно в 1 и 2 годах, а вкладываться в фонд – в 0 и в 3 годах.
- 42) а) $\approx 44\%$
б) ≈ 852 рублей
в) $\approx 5.5\%$
г) 2541.67 рублей
- 43) а) 1200 рублей
б) 5000 рублей
в) 2288 рублей
г) 10730 рублей
д) 6000 рублей
- 44) 4 рубля
- 45) 216 рублей

46) а) 40%

б) Пример арбитража в целых числах: Открываем Шорт-позиции на 68750 акций и 2000 фьючерсов, получая тем самым 887500 рублей. На 850000 рублей покупаем 850 ОФЗ, а оставшиеся 37500 кладем в карман. В будущем, после изменения стоимости активов, в случае кризиса наши шорт-позиции будут стоить суммарно 850000, как и наши лонг-позиции по ОФЗ, и мы их полностью закроем, оставшись с лишними 37500 рублями. Если кризиса не будет, то и лонг-и шорт-позиции будут стоить 1062500, и полностью покрывают друг друга.

в) 81.25 рублей

г) 0.75 рублей

д) 2 рубля

е) $r = \frac{1}{7}$, или $\approx 14.29\%$

ж) ОФЗ – проциклический, акция – проциклический, фьючерс на золото – контрциклический, Пут-опцион – контрциклический, Колл-опцион – проциклический, депозит – ациклический.

47) а) Колл-опцион с ценой исполнения 80 и рыночной стоимостью 10

б) В портфеле находятся пут-опцион с ценой исполнения 30 и колл-опцион с ценой исполнения 0. Суммарная стоимость портфеля равна 20.

в) В портфеле находятся пут-опцион с ценой исполнения 20 и два колл-опциона с ценами исполнения 40 и 60. Цена всего портфеля равна 10.

Неравенство в распределении доходов

Задача 1 *

В стране живут две группы населения: бедные и богатые. Внутри групп доход распределен равномерно. Известно, что бедные составляют 60% от населения страны и владеют 40% совокупного дохода страны. Постройте кривую Лоренца для этой страны и рассчитайте значения коэффициента Джини.

Задача 2 **

Известно, что в стране изначально жили две группы населения: бедные и богатые. Бедных было в 3 раза больше, чем богатых. Каждый бедный зарабатывал одну монету, тогда как каждый богатый зарабатывал 2 монеты. После того, как щедрый правитель выдал каждому бедному определенную сумму монет из государственных резервов, коэффициент Джини не изменился. Сколько монет досталось каждому бедному?

Задача 3 **

Для каждой функции $y = f(x)$ определите, может ли существовать такая кривая Лоренца:

(а) $y = x$

(б) $y = \sqrt{x}$

(в) $y = x^3$

(г) $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$

(д) $y = 2x - x^2$

(е) $y = \sqrt{2x - x^2}$

(ж) $y = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$

(з) $y = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{5x^2}{2} - \frac{9x}{4} + \frac{3}{4}, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$

Задача 4 **

Трём братьям: Пете, Олегу и Ване родители выдали одинаковую сумму карманных денег. После этого Олег забрал треть денег у Вани, а после этого Петя забрал треть денег у Олега. Постройте кривую Лоренца, описывающую неравенство доход между братьями, а также рассчитайте коэффициент Джини.

Задача 5 **

Известно, что в стране 75% населения зарабатывает одинаково и относится к категории бедных, а остальные также зарабатывают одинаково и относятся к категории богатых. Всего в стране живет 100 тыс. человек. Известно, что суммарный доход всех богатых за месяц равен 2.4 млрд рублей. Найдите, какую сумму может зарабатывать каждый бедный в месяц, если известно, что каждый бедный зарабатывает меньше, чем каждый богатый.

Задача 6 **

Известно, что в стране живут две группы населения, внутри каждой из которых доход распределен равномерно. Среднедушевой доход одной группы в 5 раз меньше, чем среднедушевой доход второй группы, и в 2 раза меньше, чем среднедушевой доход всей страны. Рассчитайте, какую долю в населении занимает беднейшая группа.

Задача 7 **

В стране живет бедная и богатая группа населения. Известно, что бедные составляют 80% населения страны. Каждый бедный зарабатывает 5 монеты, тогда как каждый богатый зарабатывает 20 монет.

- (а) Постройте кривую Лоренца и рассчитайте коэффициент Джини.
- (б) Сколько монет нужно дать каждому бедному, чтобы добиться полного равенства в распределении доходов?
- (в) Сколько монет нужно отобрать у каждого богатого и распределить между бедными, чтобы добиться полного равенства?
- (г) Сколько монет нужно дать каждому бедному, чтобы коэффициент Джини снизился до $\frac{2}{15}$?

Задача 8 **

Отрасль представлена одинаковыми мелкими фирмами, доля каждой фирмы в общем объеме продаж составляет 4%. Для оценки конкурентной среды рынка используют показатель, называемый индексом Херфиндаля-Хиршмана. Этот показатель считается как сумма квадратов долей всех фирм в общем выпуске. Определите значение индекса, если пять из присутствующих фирм объединятся.

Задача 9 ***

Для каждого из следующих пунктов рассчитайте, чему равен индекс Робин Гуда в стране:

- (а) В стране две группы населения с равномерным распределением доходов внутри групп. Бедная группа составляет 60% населения страны и владеет 20% дохода.
- (б) В стране три группы населения с равномерным распределением доходов внутри групп. Группы равны по численности, каждый бедный зарабатывает одну монету, средний – 2 монеты и богатый – 4 монеты.
- (в) Кривая Лоренца в стране имеет вид $y = x^2$.
- (г) Кривая Лоренца в стране имеет вид $y = x^3$.
- (д) Кривая Лоренца в стране имеет вид $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$.

Задача 10 ***

В каждом из пунктов вам будет дана кривая Лоренца. Вашей задачей будет построить кривую Лоренца для этой же страны, которую покинули 25% самых бедных и 25% самых богатых жителей.

$$(a) y = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3x}{2} - \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(б) y = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 0.6 \\ \frac{7x}{4} - \frac{3}{4}, & 0.6 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(в) y = x^2$$

$$(г) y = x^3$$

$$(д) y = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Задача 11 ***

В стране живет две группы населения, доходы внутри которых распределены равномерно. Известно, что коэффициент Джини равен $\frac{3}{4}$. В какое минимальное количество раз могут отличаться средние доходы богатых и бедных?

Задача 12 ***

В стране проживает три группы населения: бедные, средние и богатые. Известно, что численность бедной и средней группы равны 12000, тогда как богатых всего A человек. Каждый бедный зарабатывает одну монету, каждый средний зарабатывает 2 монеты, а каждый богатый зарабатывает 4 монеты. Правительство думает над двумя мерами, которые помогут снизить неравенство: это изъятие определенной суммы денег у каждого богатого или выдачу одинаковой суммы пособия каждому бедному (применить можно только одну из этих мер). В обоих случаях государство будет подбирать размер налога или пособия таким образом, чтобы минимизировать коэффициент Джини в стране.

(а) Пусть $A = 12000$. Определите, какой из двух вариантов правительства приведет к наибольшему снижению коэффициента Джини.

(б) Найдите, при каком (или при каких) значениях A обе меры приведут к одинаковому снижению неравенства.

(в) Найдите, при каких значениях A стоит выбрать налог, а при каких пособие.

Задача 13 ***

Жили-были в стране наши любые две равные по численности группы населения: бедные и богатые, – среди которых доходы были распределены равномерно. Изначально в этой стране действовала кастовая система, из-за которой представители одной группы не могли жениться на представителях другой. Но кастовую систему отменили, и представителям разных групп разрешили вступать в брак друг с другом. В результате все жители тут же образовали брак, причем 75% представителей каждой группы вышли за представителей другой группы, и только 25% из каждой группы женились на представителях своей группы. При браке представителя бедной и богатой групп доход каждого из них становится равен среднему арифметическому между их изначальными доходами. Найдите, во сколько раз снизился коэффициент Джини в этой стране по сравнению с изначальным уровнем.

Задача 14 ***

Жили-были две страны-соседки. В каждой стране проживали по две одинаковые по численности группы населения: бедные и богатые. Доходы внутри групп распределены равномерно. Коэффициент Джини в каждой стране был равен 0.25. Страны решили объединиться в большую Конфедерацию, причем каждый житель сохранил свой уровень дохода. Нарисуйте на графике кривую Лоренца Конфедерации, если известно, что население первой страны было в 4 раза больше населения второй страны, а суммарные доходы стран изначально были равны.

Задача 15 ****

В стране проживает две группы населения: бедные и богатые. Внутри групп доходы распределены равномерно. Известно, что сейчас доля бедных в населении составляет 60%, а в доходе – 30%. Правитель страны хочет перераспределить деньги между группами таким образом, чтобы в стране оказалось три равных по численности группы населения: бедные, средние и богатые, причем чтобы каждый бедный зарабатывал в 2 раза меньше среднего, а каждый средний зарабатывал в 2 раза меньше богатого. Определите, какую минимальную долю от дохода страны придется перераспределить между людьми правителю, чтобы добиться желаемого результата.

Задача 16 ****

Известно, что кривая Лоренца проходит через точку $(\frac{3}{4}; \frac{2}{5})$. Определите, какой минимальный и максимальный коэффициент Джини возможен в такой стране.

Задача 17 ****

В стране живет три группы населения: «бедные», «средние» и «богатые». Известно, что все «бедные» зарабатывают поровну между собой, и все «богатые» также зарабатывают поровну между собой. А вот доходы всех «средних» распределены неравномерно, а конкретно, участок кривой Лоренца, соответствующей этой группе, имеет вид $y = x^2 + A$, где $A > 0$ – параметр. Также известно у самого богатого «среднего» столько же монет, сколько и у каждого «богатого», а у самого бедного «среднего» столько же монет, сколько и у самого «бедного».

(а) Пусть $A = \frac{1}{16}$. Найдите долю каждой из перечисленных групп в населении.

(б) Какие значения может принимать A ?

(в) Найдите доли, которые составляют в населении «бедные», «средние» и «богатые», в зависимости от A для каждого возможного его значения.

Задача 18 ****

Для каждого из следующих пунктов найдите уравнение кривой Лоренца в случае объединения двух стран при условии, что все их жители сохраняют свой уровень дохода:

(а) Население первой страны в 3 раза **больше** населения второй страны, а их доходы равны. Кривая Лоренца в первой стране имеет вид $y_1 = x_1^2$, а второй – $y_2 = x_2$.

(б) Население первой страны в 3 раза **меньше** населения второй страны, а их доходы равны. Кривая Лоренца в первой стране имеет вид $y_1 = x_1^2$, а второй – $y_2 = x_2$.

(в) Доход первой страны в 2 раза больше дохода второй страны, а их населения равны. Кривая Лоренца в первой стране имеет вид $y_1 = x_1^2$, а второй – $y_2 = x_2^2$.

(г) Доход первой страны в a раз больше дохода второй страны, а их населения равны. Кривая Лоренца в первой стране имеет вид $y_1 = x_1$, а второй – $y_2 = x_2^2$.

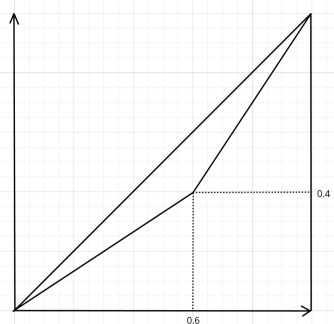
(д) Доход первой страны в a раз больше дохода второй страны, а их населения равны. Кривая Лоренца в первой стране имеет вид $y_1 = x_1^2$, а второй – $y_2 = x_2^2$.

Задача 19 ****

В некоторой стране есть две равные по численности группы населения, бедные и богатые. Каждый богатый зарабатывает в три раза больше каждого бедного. Жители страны образуют три политические фракции, причем известно, что в «Красной» партии состоят ровно 40% всех бедных и 20% всех богатых, а в «Зеленой» партии состоит 100% населения всей страны.

(а) Пусть $a = 0.5$. Найдите, какие значения может принимать коэффициент Джини внутри «Синей» партии.

(б) Для каждого значения a найдите, какие значения может принимать коэффициент Джини внутри «Синей» партии.

13..1 Ответы1) $G = 0.2$ 

2) 5

3) а) Да

б) Нет

в) Да

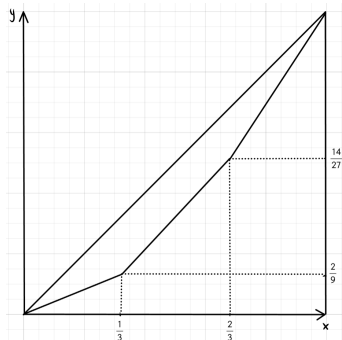
г) Да

д) Нет

е) Нет

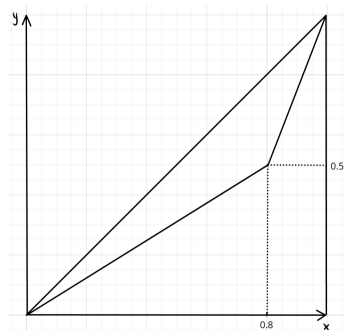
ж) Да

з) Нет

4) $G = \frac{14}{81}$ 5) < 96000

6) 75%

7) а) $G = 0.3$



б) 15

в) У каждого богатого нужно забрать по 12 монет

г) 5 или 65

8) 0.072

9) а) 0.4

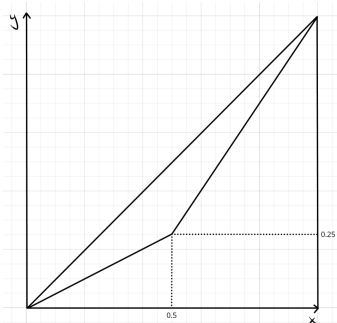
б) $\frac{5}{21}$

в) 0.25

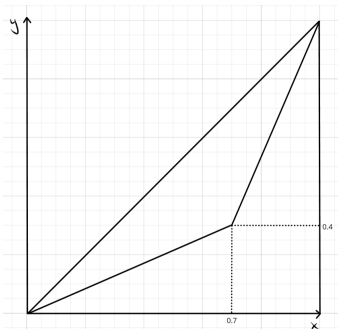
г) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

д) $\sqrt{2} - 1$

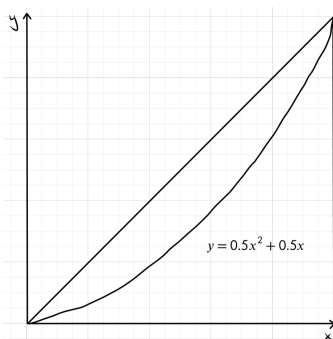
10) а)



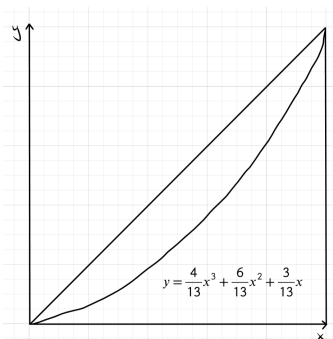
б)



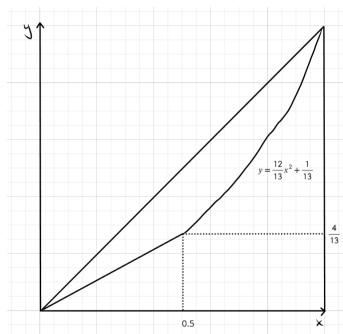
в)



г)



д)



11) В 49 раз

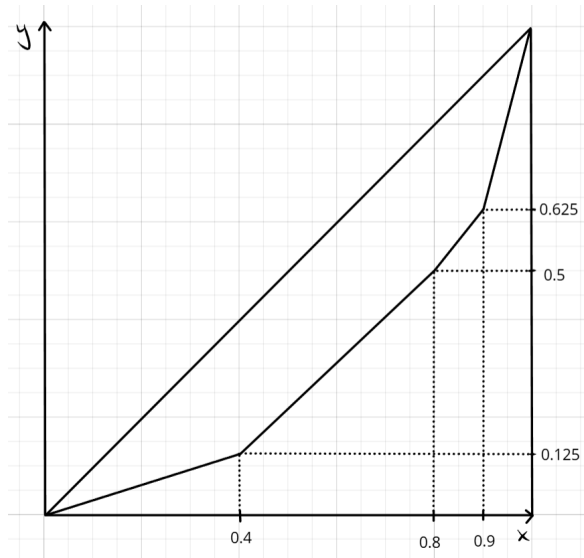
12) а) Субсидия в размере 3 монеты

б) $A = 6000(\sqrt{5} - 1)$ в) При $A < 6000(\sqrt{5} - 1)$ нужно выбирать налог, при $A > 6000(\sqrt{5} - 1)$

– субсидию.

13) Снизился в $\frac{16}{7}$ раз

14)

15) $\frac{2}{21}$ 16) $0.35 \leq G \leq 0.6$

17) а) «Бедных» – 0.25, «средних» – 0.5, «богатых» – 0.25

б) $0 < A < \frac{1}{4}$

в) Бедных – \sqrt{A} , богатых – $1 - \sqrt{A}$.

18) а) $y = \begin{cases} \frac{8}{9}x^2, & x \leq \frac{3}{2} \\ 2x - 1, & \frac{3}{2} \leq x \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} 8x^2, & x \leq \frac{1}{24} \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{72}, & \frac{1}{24} \leq x \leq \frac{19}{24} \\ 8x^2 - 12x + 5, & \frac{19}{24} \leq x \end{cases}$

в) $y = \begin{cases} \frac{8}{9}x^2, & x \leq \frac{3}{4} \\ \frac{8}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 1, & \frac{3}{4} \leq x \end{cases}$

г) При $a \leq 2$: $y = \begin{cases} \frac{4x^2}{a+1}, & x \leq \frac{a}{4} \\ \frac{8ax-a^2}{4(a+1)}, & \frac{a}{4} \leq x \leq \frac{a}{4} + \frac{1}{2} \\ \frac{4x^2-4x+a+1}{a+1}, & \frac{a}{4} + \frac{1}{2} \leq x \end{cases}$

При $a \geq 2$: $y = \begin{cases} \frac{4x^2}{a+1}, & x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{2ax-a+1}{a+1}, & \frac{1}{2} \leq x \end{cases}$

д) При $a \leq 1$: $y = \begin{cases} \frac{4ax^2}{(a+1)^2}, & x \leq \frac{a+1}{2} \\ \frac{4x^2-4x+a+1}{a+1}, & \frac{a+1}{2} \leq x \end{cases}$

При $a \geq 1$: $y = \begin{cases} \frac{4ax^2}{(a+1)^2}, & x \leq \frac{a+1}{2a} \\ \frac{4ax^2-4ax+a+1}{a+1}, & \frac{a+1}{2a} \leq x \end{cases}$

19) а) $0 \leq G \leq 2 - \sqrt{3}$

б) $\begin{cases} 0 \leq G \leq 2 - \sqrt{3}, & a \geq 0.3 \\ \frac{24-80a}{100a^2-220a+105} \leq G \leq 2 - \sqrt{3}, & \frac{7\sqrt{3}-15}{10\sqrt{3}-30} \leq a \leq 0.3 \\ \frac{24-80a}{100a^2-220a+105} \leq G \leq \frac{8-20a}{100a^2-120a+35}, & a \leq \frac{7\sqrt{3}-15}{10\sqrt{3}-30} \end{cases}$

Макроэкономика

14.1 Основные макроэкономические индексы

Задача 1 *

ВВП страны в 2023 году вырос на 15%, а в 2024 году упал на 15%. Как изменился ВВП страны за прошедшие два года? Ответ дайте в процентах.

Задача 2 *

Рита, несмотря на рост своей номинальной зарплаты на 20%, смогла купить на неё на 40% меньше товаров, чем в предыдущем году.

(а) Рассчитайте, как изменилась реальная зарплата Риты за год.

(б) Рассчитайте темп годовой инфляции исходя из данного условия.

Задача 3 *

ВВП на 5 лет вырос на 60%. Найдите среднегодовой темп роста ВВП за 5 лет, ответ округлите до целых процентов.

Задача 4 *

Рассчитайте недостающий показатель в каждом из пунктов. Если ответ получается нецелым, округлите его до целого значения процентов:

(а) Номинальная ставка в экономике равна 8%, а уровень инфляции – 10%. Чему равна реальная ставка?

(б) Реальная ставка в экономике составляет 2%, а уровень инфляции – 5%. Чему равна номинальная ставка?

(в) Реальная ставка в экономике составляет 20%, а номинальная – 80%. Чему равен темп инфляции в стране?

Задача 5 *

За год покупательная способность денег упала в 2 раза, а номинальная средняя зарплата увеличилась на 50%. Как изменилась на это время реальная зарплата?

Задача 6 **

Ниже представлена таблица, описывающая объем производства трех товаров (мороженого, табуреток и танков) в стране на 2023 и 2024 год, а также объемы продаж импортных кроссовок. Считай те, что другие товары в стране, кроме этих трёх, не производятся, и ничего, кроме кроссовок, не импортируется:

	Мороженое	Табуретки	Танки	Кроссовки
Q_{2023}	200	20	1	5
P_{2023}	100	1000	10000	2000
Q_{2024}	240	20	2	5
P_{2024}	150	1200	10000	3000

Считайте 2023 год базовым.

(а) Рассчитайте значения номинального и реального ВВП за каждый год.

(б) Рассчитайте темп экономического роста за 2024 год.

(в) Рассчитайте инфляцию с помощью дефлятора ВВП.

(г) Рассчитайте инфляцию с помощью ИПЦ.

(д) Рассчитайте значение ценового индекса Фишера.

Задача 7 **

Среднемесячная инфляция за первые 11 месяцев года составила 2%. Какой может быть уровень инфляции за последний месяц, чтобы общий уровень инфляции в стране не превысил 30%? Ответ округлите до сотых долей процента.

Задача 8 **

В стране производилось всего два товара: X и Y . Известно, что оба товара вносили одинаковый вклад в ВВП в 2000 году. В 2001 году производство товара Y утроилось, а его цена снизилась в 2 раза, тогда как с товаром X ничего не изменилось. Рассчитайте ИПЦ, дефлятор ВВП и темп экономического роста этой страны.

14..2 Расчет ВВП, модель кругооборота и платежный баланс

Задача 9 *

Фермер вырастил 10 тонн морковки, которую продал комбинату по 10 тыс. рублей за тонну. Комбинат произвел из этой морковки пюре, которое продал за 250 тыс. рублей производителю сока. Производитель сок сделал из пюре, собственно, сок, и продал весь его объем за 400 тыс. рублей.

(а) На сколько вырос ВВП страны в результате всех описанных процессов?

(б) Как бы изменился ваш ответ, если бы вы знали, что на каждом из трёх этапов производства был привлечен труд, и на каждом этапе затраты предприятий на оплату труда составляли по 10 тыс. рублей?

Задача 10 *

Потребление в стране равно 1000 д.е., инвестиции – 300 д.е., госзакупки – 500 д.е., экспорт – 600 д.е., импорт – 700 д.е. Найдите, чему равен ВВП страны.

Задача 11 **

Рассмотрим экономику, в которой происходят следующие процессы:

1. Фермер вырастил пшеницу, и продал часть из нее за 50 д.е. мельнику, а на 50 д.е. экспортировал за границу.
2. Мельник импортировал пшеницы еще на 100 д.е., и из всей пшеницы произвел муку. Часть из нее он продал государству за 50 д.е., а остальное продал на хлебобулочный комбинат за 250 д.е.
3. Хлебобулочный комбинат купил за рубежом новую печь для выпечки хлеба за 400 д.е., нанял работников за 100 д.е., и, используя муку, полученную от мельника, произвел хлеб, часть из которого она продал за 450 д.е. на внутреннем рынке, а часть продал за 200 д.е. за рубеж.
4. Государство оплатило труд учителей и полицейских в размере 150 д.е.

5. Государство начислило пенсии и стипендии в размере 50 д.е.
6. Государство собрало 10 д.е. налога с фермера, 20 д.е. налога с мельника и 50 д.е. налога с комбината.
7. Население импортировало хлеба еще на 40 д.е.

(а) Рассчитайте, чему равны в этой стране потребление (C), инвестиции (I), госзакупки (G), экспорт (Ex) и импорт (Im).

(б) Рассчитайте ВВП страны двумя способами: по расходам и по добавленной стоимости. Проверьте, что они совпали.

(в) Рассчитайте сальдо государственного бюджета страны. Находится бюджет в дефиците или в профиците?

Задача 12 **

Потребление в стране составляет 300 д.е., инвестиции – 200 д.е., а госзакупки – 100 д.е. Также известно, что и население, и фирмы, и государство половину этих денег тратит на отечественные, а половину – на зарубежные товары и услуги. Зная, что величина торгового баланса страны равна 0, определите ВВП этой страны.

Задача 13 **

Известно, что ВВП страны-автаркии равен 400, причем потребление в стране равно 200, а госзакупки – 100. При этом, инвестиции в стране зависят от ставки процента. Они равны 300 при нулевой ставке и уменьшаются на 10 за каждое повышение процентной ставки на 1 п.п. Найдите, чему равна величина процентной ставки в экономике данной страны-автаркии.

Задача 14 **

Известно, что сальдо счета текущих операций равняется +600 млн долларов, причем ЦБ увеличил свои валютные резервы на 100 млн долларов.

(а) Найдите сальдо счета движения капитала.

(б) Дополнительно известно, что общие инвестиции в стране равны 300. Найдите величину национальных сбережений.

Задача 15 **

Известно, что частные сбережения в стране оказались равны +100 д.е., национальные сбережения равны +300 д.е., при этом её чистый экспорт отрицателен и равен -200 д.е., а ЦБ не меняет размеры валютных резервов.

(а) Рассчитайте величину притока/оттока капитала.

(б) Рассчитайте сальдо государственного бюджета.

(в) Найдите уровень инвестиций в данной стране.

Задача 16 ***

Рассмотрим полную модель кругооборота, с экономическими агентами в виде фирм, государства, домохозяйств и иностранного сектора. Все экономические агенты взаимодействуют с финансовым рынком страны. В данной модели мы не будем рассматривать монетарные власти, так что считайте, что ЦБ не предпринимает никаких действий в стране. Также, все действующие лица рационально распоряжаются деньгами и не существует как внутренних, так и внешних

транзакционных издержек. Вам известны следующие показатели реального и финансового секторов этой страны:

1. Общая чистая прибыль фирм до инвестиционных вложений и вычета чистых налогов равна 2500 д.е.
2. Иностраный сектор не взаимодействует с внутренним рынком ресурсов (факторов производства) страны.
3. Государство также не закупает факторы производства (включая труд) напрямую у домохозяйств, это делают только фирмы.
4. Факторный доход домохозяйств равен 800 д.е.
5. Экспорт страны равен 600 д.е.
6. Госзакупки оказались равны 500 д.е., причем 100 д.е. из них были потрачены на зарубежные товары и услуги, а остальные 400 д.е. – на отечественные.
7. Общее потребление составило 1000 д.е., причем 300 были потрачены на зарубежные товары и услуги, а остальные 700 – на отечественные.
8. Сбережения домохозяйств оказались равны 200 д.е. (считайте, что у фирм нет сбережений).
9. Сальдо государственного бюджета отрицательно и равно -200 д.е.

Исходя из данных выше, рассчитайте следующие недостающие показатели:

(а) Сколько чистых налогов заплатили государству фирмы, а сколько – домохозяйства?

(б) Чему равны общие издержки фирм, складывающиеся из оплаты факторов производства, и чему равна их общая выручка?

(в) Чему равен приток или отток капитала в финансовом секторе?

(г) Чему равны инвестиции фирм, и какая часть из них приходится на отечественные, а какая часть – на иностранные товары и услуги?

(д) Рассчитайте общий объем импорта и величину чистого экспорта.

(е) Рассчитайте величину счета текущих операций и счета движения капитала.

(ж) Найдите величину частных, государственных, национальных, иностранных и общих сбережений.

(з) Найдите ВВП страны.

14.3 Экономический цикл и безработица

Задача 17 *

Численность безработных в экономике - 2 млн человек, а количество работающих – 48 млн человек. Чему равен уровень безработицы в стране в процентах?

Задача 18 *

Общая численность населения в стране равна 10 млн человек. Трудоспособное население составляет 8 млн человек, экономически активное – 5 млн человек, а работающее – 4 млн человек. Найдите численность:

- (а) Нетрудоспособного населения.
- (б) Экономически неактивного населения.
- (в) Безработных.
- (г) Уровень безработицы.

Задача 19 *

Известно, что потенциальный объем ВВП равен 2000 д.е., фактический – 1800 д.е., коэффициент Оукена равен 2, а уровень естественной безработицы равен 5%. Определите уровень фактической безработицы.

Задача 20 **

Численность экономически активного населения в стране составляет 20 млн человек, причем 1 млн из них можно отнести к фрикционным безработным, 2 миллиона человек относятся к структурным безработным, и еще 2 миллиона человек потеряло работу из-за кризиса.

(а) Найдите уровни фрикционной, структурной, естественной, циклической и общей безработицы.

(б) Если вам известно, что в результате кризиса ВВП упал на 10% от потенциального уровня, чему будет равен коэффициент Оукена в этой стране?

Задача 21 **

Уровень безработицы в стране изначально был равен 20%. После этого 50% работающего населения потеряло работу, а 50% безработных её нашло. Как изменился уровень безработицы в стране?

Задача 22 **

Рассмотрим страну со следующими показателями:

1. Трудоспособное население в 9 раз выше, чем нетрудоспособное.
2. Количество экономически неактивного населения такое же, как и количество нетрудоспособного.
3. Количество работающих превышает количество безработных на 300%.
4. Циклические безработные составляют 20% от общего количества безработных.
5. Фрикционных безработных в полтора раза больше, чем структурных.
6. Величина рецессионного разрыва в экономике равна 10%.

Исходя из данных выше, рассчитайте:

(а) Уровень фрикционной, структурной, естественной, циклической и общей безработицы.

(б) Значение коэффициента Оукена.

Задача 23 **

Известно, что в некоторой стране 10% работающего населения каждый год теряют работу, а 40% безработных её находят, при этом количество экономически активного населения и уровень безработицы не изменяются. Найдите, чему равен уровень безработицы в этой стране.

Задача 24 ***

В стране Динамичной каждый год одновременно происходят следующие изменения:

1. 30% безработных выбывают из состава рабочей силы.
2. 40% безработных находят работу.
3. 20% работающего населения теряет работу и отправляется на поиски новой.
4. Работающее население увеличивается на 20% от изначального количества благодаря тем, кто решил пойти работать из состава экономически неактивного населения.

Известно, что уровень безработицы в этой стране не изменяется из года в год. Определите, чему равен этот уровень безработицы.

Задача 25 ***

В некоторой стране производятся масло, хлеб и танки. Вам дана информация об объеме производства и ценах в двух годах:

	Хлеб	Масло	Танки
Q_0	1000	100	1
P_0	10	100	10000
Q_1	800	50	1
P_1	15	X	10000

Также вам известно, что:

1. ИПЦ в году 1 был равен 1.5.
2. В году 0 экономика страны находилась на потенциальном уровне
3. Коэффициент Оукена в стране равен 2

Найдите следующие величины:

- (а) X .
- (б) Падение реального ВВП в процентах в 1 году.
- (в) Дефлятор ВВП в 1 году.
- (г) Уровень циклической безработицы в 1 году.

14.4 Фискальная политика и мультипликация

Задача 26 *

Известно, что госзакупки равны 400 д.е., трансферты – 100 д.е., а налоги – 300 д.е.

- (а) Найдите величину чистых налогов.
- (б) Найдите сальдо государственного бюджета.
- (в) Находится бюджет в дефиците, в балансе или в профиците?

Задача 27 **

Известно, что предельная склонность к потреблению в стране равна 75%, а все налоги являются аккордными.

- (а) На сколько изменится ВВП страны, если государство увеличит госзакупки на 300?
- (б) На сколько изменится ВВП страны, если государство увеличит автономные налоги на 300?
- (в) Как изменится ваш ответ на предыдущий вопрос, если государство также собирает подоходный налог по ставке 25%?

Задача 28 **

Известно, что потенциальный ВВП равен 1000 д.е., а фактический – 800 д.е. Население тратит на потребление 80% своих доходов.

- (а) На сколько нужно увеличить госзакупки, чтобы устранить рецессионный разрыв?
- (б) На сколько нужно увеличить трансферты, чтобы устранить рецессионный разрыв?
- (в) На сколько нужно уменьшить налоги, чтобы устранить рецессионный разрыв?

Задача 29 **

Известно, что если государство увеличит госзакупки на 70, и если оно увеличит трансферты на 100, то добьется одинакового увеличения ВВП. Определите, чему равна предельная норма потребления населения в этой стране.

Задача 30 **

Функция потребления в стране имеет вид $C = C_a + 0.5Y_d$. При этом государство забирает в виде налогов 25% от дохода населения. Определите, чему равен мультипликатор госзакупок в этой стране.

Задача 31 **

Государство решило увеличить госзакупки на 200, трансферты – на 300, а налоги – на 600. В результате ВВП страны не изменился. Найдите, чему равна

предельная склонность к потреблению, а также мультипликаторы госзакупок, трансфертов и налогов.

Задача 32 ***

Известно, что в закрытой стране автономное потребление равно 200, госзакупки равны 400, инвестиции – 300, налоги автономны и равны 200, а предельная склонность к потреблению населения постоянна и равна 80%.

(а) Рассчитайте равновесный уровень ВВП страны, а также величины мультипликатора госзакупок и мультипликатора чистых налогов.

(б) На сколько нужно увеличить госзакупки, чтобы удвоить ВВП? На сколько при этом изменится уровень потребления?

(в) Предположим теперь, что налоги не автономны, а взимаются как подоходный налог в размере 50% от дохода. Ответьте на вопросы пунктов а) и б) в этой ситуации.

(г) Теперь предположим, что налоги не автономны и не подоходные, а определяются из правила сбалансированного бюджета. Ответьте на вопросы пунктов а) и б) в этой ситуации.

Задача 33 *** Задача взята с регионального этапа ВСОШ 2023 года, так как она слишком хороша.

В некоторой закрытой экономике предельная норма потребления убывает с ростом дохода, и функция потребления задается уравнением $C = 4 + \sqrt{Y_d}$, где Y_d — располагаемый доход домохозяйств, C — их потребление. Инвестиции равны 16, а госзакупки и налоги изначально равны нулю. В данной задаче рассматриваются только аккордные налоги.

(а) Найдите равновесный уровень ВВП в данной экономике.

(б) Найдите уровень ВВП, если государство в ситуации пункта а) увеличит госзакупки на 10 единиц, не увеличивая налоги.

(в) Найдите уровень ВВП, если государство в ситуации пункта а) увеличит госзакупки на 22 единицы, не увеличивая налоги.

(г) Определите мультипликаторы госрасходов для политик в пунктах б) и в). Одинаковы ли они?

(д) Как известно, в стандартной модели (при линейной функции потребления) мультипликатор сбалансированного бюджета равен единице для любого размера увеличения госзакупок $\Delta G \geq 0$. Верно ли это в данной задаче?

Задача 34 ***

Рассмотрим страну, в которой, помимо неавтономного потребления, также существуют неавтономные инвестиции. Так, функция потребления имеет вид $C = C_a + 0.8Y_d$, а функция инвестиций – $I = I_a - 0.5G - 0.5T$. Выведите мультипликаторы госзакупок и налогов, а также мультипликатор госзакупок при сбалансированном бюджете.

Задача 35 ***

В государстве есть 2 равные по численности группы населения: бедные и богатые. Известно, что богатые владеют всей экономикой страны. Бедные жители не сберегают деньги, а тратят их на потребление, тогда как богатые сберегают 80% своих доходов. Правительство решает выделить трансферт бедному населению. Найдите мультипликатор этого трансферта, если в стране не установлен подоходный налог.

Задача 36 ****

Рассмотрим стандартную модель мультипликации с неавтономными потреблением и налогами. Так, население тратит на потребление 80% своих доходов, а ставка подоходного налога равна 25%, при этом собираются еще и автономные налоги. В государстве процветает коррупция: так, разворовывается и выводится из страны 50% всех денег, выделяемых на госзакупки и собранных налогов. Найдите в таком случае мультипликатор госзакупок, автономных налогов и госзакупок при сбалансированном бюджете.

Задача 37 ****

В стране А проживают предприниматели и чиновники. Предприниматели владеют всей экономикой страны. Известно, что предприниматели тратят 50% своих доходов внутри страны, 25% сберегают, а 25% своих доходов отдают чиновникам в качестве взятки. Других доходов у чиновников нет. Чиновники тратят 50% своих доходов внутри страны, 25% сберегают, а оставшиеся 25% тратят зарубежом. Все зарубежные компании инвестируют имеющуюся у них валюту страны А в реальный сектор экономики страны А. Государство решает выделить дополнительную сумму X на содержание чиновников из своих резервов. Найдите, на сколько измениться в итоге ВВП страны А.

Задача 38 ****

Рассмотрим модель симбиоза людей и березок. Березки производят кислород, который необходим людям для жизни, а люди производят удобрения, необходимые березкам. Функция производства кислорода растениями имеет вид $K = K_a + mpk(Y - T)$, где K – общее производство кислорода, K_a – автономное производство кислорода, mpk – предельная склонность к производству кислорода, Y – количество удобрений в почве, T – автономный уровень удобрения, которое впитал соседний дуб (но он жмотит кислород для людей). Функция производства удобрений имеет вид $Y = Y_a + mpy \cdot K$, где Y_a – автономное производство удобрений, mpy – предельная склонность к производству удобрений.

(а) Пусть $K_a = 100$, $Y_a = 200$, $T = 0$, $mpk = 0,8$, $mpy = 0,5$. Найдите, сколько удобрений будет производиться в такой ситуации.

(б) Дуб решил выдать людишкам немного дополнительного кислорода: K^{++} . Найдите мультипликатор этого кислорода, показывающий, насколько сильно он повлияет на производство удобрений.

(в) Дуб отсыпал березкам $Y_d = 30$ (эффект предыдущего пункта можете не рассматривать). На сколько в итоге увеличится количество удобрений у березок?

(г) Представим теперь, что дуб решил забирать себе 50% от всех удобрений, которые выливаются к березкам. Ответьте в таком контексте на вопрос пункта б).

14..5 Монетарная политика и мультипликация

Задача 39 **

В некоторой стране общий объем депозитов равен 1200 д.е., обязательных резервов – 120 д.е., а избыточных резервов – тоже 120 д.е. При этом население держит 600 д.е. в виде наличности.

(а) Рассчитайте нормы обязательного, избыточного и общего резервирования.

(б) Найдите, чему равна норма депонирования.

(в) Рассчитайте общий объем кредитов в экономике, а также величину кредитных возможностей банковской системы.

(г) Чему равен текущий объем денежной базы и денежной массы?

(д) Найдите величину банковского и денежного мультипликатора.

(е) На сколько вырастет объем денежной массы, если банки будут полностью использовать все свои кредитные возможности, при неизменной норме депонирования? Как изменятся (уменьшились или увеличились и на сколько) объемы наличности, депозитов, кредитов и резервов в экономике?

(ж) Чему будет равна итоговая денежная масса, если банки будут полностью использовать свои кредитные возможности, а население перестанет держать наличные деньги? Как изменятся (уменьшились или увеличились и на сколько) объемы депозитов, кредитов и резервов в экономике?

Задача 40 **

Известно, что денежная масса равна 3000 д.е. при денежной базе в 500 д.е. Найдите, чему равны общие депозиты и кредиты в экономике, если банки держат 300 д.е. в виде обязательных резервов и еще 100 д.е. в виде избыточных резервов.

Задача 41 **

Известно, что если ЦБ выпустит дополнительные 100 д.е. в экономику, то общее предложение денег вырастет на 400. Население не пользуется наличными деньгами. Если банки решат больше не откладывать избыточные резервы в размере 15% от депозитов, как они делали раньше, как сильно изменится эффект от выпуска 100 д.е. со стороны ЦБ?

Задача 42 **

Текущая норма обязательного резервирования в стране составляет 10%, причем банки не держат избыточных резервов, а население не держит наличные деньги. ЦБ хочет осуществить стимулирующую монетарную политику, и выбирает из двух вариантов: либо увеличить денежную базу 600, либо уменьшить норму обязательного резервирования на 5 п.п., причем эти меры будут иметь абсолютно одинаковый эффект. Найдите текущее значение денежной массы.

Задача 43 ****

Рассмотрим экономику, в которой на финансовом рынке оперируют 10 коммерческих банков. Спрос на кредиты со стороны бизнеса и населения имеет вид $Q_k = 120 - 4r_k$, где Q_k – объем денежных средств, выдаваемых в кредит, а r_k – ставка по кредитам в процентах. Предложение же депозитов в экономике описывается функцией $Q_d = 5r_d - 95$, где Q_d – объем денег, которые экономические агенты хотят положить на депозит, а r_d – ставка по депозиту в процентах. Считайте, что банки не несут оперативных издержек, а их прибыль складывается только из разницы ставок по депозитам и кредитам. Банковский рынок в данной стране является совершенно конкурентным, и также он подвержен регулированию Центрального Банка: он установил норму обязательного резервирования в размере 20%, а также ввел правило минимального и максимального разрыва между ставками по кредитам и депозитам для устойчивости финансового сектора: так, разница между кредитной и депозитной ставкой не может быть меньше 1 п.п., и не может быть выше 6 п.п.

(а) Найдите равновесные ставки по кредитам и депозитам в этой экономике, а также объемы кредитов, депозитов и резервов в банковской системе. Считайте, что ЦБ выплачивает банкам проценты на обязательные резервы в размере рыночной депозитной ставки.

(б) Ответьте на вопросы предыдущего пункта, если бы все банки организовали картельный сговор, направленный на максимизацию их прибыли. Считайте, что ЦБ выплачивает банкам проценты на обязательные резервы в размере рыночной депозитной ставки.

Задача 44 ****

В экономике страны Афания есть три банка и небольшая горстка людей. Люди хранят 20% своих денег в наличности, а остальные – на вкладах в «Первом» банке. «Первый» банк принимает депозиты от населения и половину своих депозитов выдает в кредит «Второму» банку, а остальные деньги (за вычетом обязательных резервов) кладет на счет в «Третьем» банке. «Второй» банк все полученные деньги тоже выводит на счёт в «Третьем» банке. «Третий» банк на полученные от остальных банков деньги кредитует население страны.

Центральный банк страны обязывает банки хранить $r\%$ от депозитов на своих счетах в виде резервов. Найдите r , если денежный мультипликатор Афании равен $\frac{205}{169}$, а все три банка не держат избыточных резервов.

Задача 45 ****

В экономике государства Джованнии произошло страшное событие – в нём начала орудовать преступная группировка под названием «Диаволо». Члены Диаволо ненавидели множество порядков в Джованнии, но больше всего они ненавидели банковскую систему.

Каждый год бандиты из Диаволо подстерегали людей, которые собирались нести деньги в банк, угрожали им, отбирали некоторую долю того, что те планировали положить в банк, и отпускали их. Деньги, которые бандиты получали таким образом, они считали грязными, ведь эти деньги побывали в банковской

системе, в связи с чем их немедленно сжигали.

Найдите денежный мультипликатор, если норма обязательного резервирования равна rr , избыточного – er , норма депонирования – cr (здесь считайте, что люди не знали, что их ограбят, когда несли деньги в банк), а доля, которую сжигают члены Дьявола от всех депозитов – dr (Diavolo rate).

14..6 Валюты

Задача 46 *

Иван может купить на свою месячную зарплату 15 фирменных кроссовок в России. Если же он обменяет их на юани, то сможет купить только 10 таких же фирменных кроссовок в Китае. Чему равен реальный валютный курс рубля по отношению к юаню, исходя из этой информации?

Задача 47 *

Один доллар стоит 100 рублей. Известно, что пачка макарон в США стоит 2 доллара. Сколько такая пачка должна стоить в России, если выполняется Паритет Покупательской Способности?

Задача 48 **

Экономистка Карина решила съездить на отдых в Турцию. Для этого она обменяла свои рубли на турецкие лиры. Когда она приехала в Турцию, то заметила, что там продаётся серебряное кольцо, которое она очень хотела, причем точно такое же, как и в России. В Турции это кольцо стоило 2000 лир, тогда как в России оно стоило 3000 рублей. Сделав в уме расчеты, Карина поняла, что реальный курс турецкой лиры к рублю равен 3, исходя из её познаний о цене кольца в двух странах. Чему равен номинальный курс лиры к рублю, по которому она обменяла свои деньги?

Задача 49 **

На валютном рынке страны спрос на юани имеет вид $Q_d = 120 - E$, а предложение юаней – $Q_s = 2E - 60$, где Q_d и Q_s – величина спроса и предложения юаней, а E – прямой обменный курс юаня к рублю. После того, как Россия снизила пошлины на китайские электромобили, спрос на юани вырос и стал равен $Q_d = 180 - E$. Найдите, сколько юаней нужно будет продать Банку России для того, что вернуть курс юаня к прежнему уровню.

Задача 50 ***

Вам дана таблица по странам. Для каждой страны вам дана стоимость бигмака на 2023 год, а также обратный обменный курс данной валюты к доллару:

Страна	Стоимость бигмака в национальной валюте	Обратный обменный курс к доллару
США	5.6	1
Россия	160	90
Швейцария	6.5	0.9
Сербия	565	110

(а) Определите, какая валюта является наиболее недооцененной по отношению к доллару по Индексу Бигмака. На сколько процентов она недооценена? Какой номинальный обратный курс этой валюты должен был бы быть при выполнении ППС?

(б) Определите, какая валюта является наиболее переоцененной по отношению к доллару по Индексу Бигмака. На сколько процентов она переоценена? Какой номинальный обратный курс этой валюты должен был бы быть при выполнении ППС?

Задача 51 ***

Газпром продаёт природный газ как совершенный конкурент внутри России, а также в Китае. Спрос внутри России имеет вид $Q_R = 120 - P_R$, где Q_R – количество газа, купленное в России, а P_R – цена газа в России в рублях. В Китае же спрос имеет вид $Q_K = 120 - 10P_K$, где Q_K – количество газа, купленное в Китае, а P_K – цена газа в Китае в юанях. Предложение газа Газпромом зависит от его цены в рублях и имеет вид $Q_s = P_s$. За юань на валютном рынке дают 10 рублей.

(а) Рассчитайте равновесную цену газа в России и Китае, а также объёмы потребления газа в этих странах.

(б) Рубль укрепился, и теперь за юань дают всего 7.5 рублей. Найдите новые цены и объёмы потребления газа в каждой стране.

(в) Как укрепление курса рубля повлияло на внутреннее потребление газа в России? Приведите качественно обоснованную логическую цепочку, объясняющую такое изменение.

14..7 Модели AD-AS и IS-LM

Задача 52 **

Рассмотрим модель AD-AS. Совокупный спрос в экономике имеет вид $Y_d = 400 + \frac{1600}{P}$, а краткосрочное совокупное предложение – $Y_{SRAS} = 2500P - 500$. Изначально экономика находится в состоянии долгосрочного равновесия.

- (а) Найдите уравнение совокупного долгосрочного предложения.
- (б) После проведения стимулирующей монетарной политики, функция совокупного спроса выросла до уровня $Y_d = 400 + \frac{4275}{P}$. Определите процентное изменение ВВП и инфляцию в краткосрочном и долгосрочном периоде.

Задача 53 ***

Изначально экономика страны находится в состоянии долгосрочного равновесия. Спрос в экономике описывается количественной теорией денег. Стимулирующая фискальная политика привела в краткосрочном периоде к инфляционному разрыву в размере 30% ВВП.

- (а) К какому уровню инфляции приведет эта политика в долгосрочном периоде, если известно, что кривая краткосрочного совокупного предложения горизонтальна?
- (б) К какому уровню инфляции приведет эта политика в долгосрочном периоде, если известно, что кривая краткосрочного совокупного предложения линейна и выходит из начала координат?

Задача 54 ***

Общая производственная функция экономики имеет вид $Y = 16\sqrt{L}$. Предложение труда зависит от реальной заработной платы и описывается функцией $L_s = 8\frac{w}{P}$. Спрос в экономике задаётся количественной теорией денег со скоростью обращения денег, равной 1. Текущий объем денежной массы равен 256.

- (а) Найдите функции совокупного спроса, долгосрочного совокупного предложения и краткосрочного совокупного предложения, считая, что в краткосрочном периоде размер заработной платы остаётся неизменным.
- (б) Найдите долгосрочное равновесие на этом рынке: уровень занятости, общий выпуск, уровень цен и номинальную заработную плату.
- (в) ЦБ увеличил денежную массу на 125%. Найдите, как изменятся ВВП и уровень цен в краткосрочном и долгосрочном периоде после такой политики.

Задача 55 ***

Внезапно, прекрасно поживавшая раньше страна попала в инвестиционную ловушку. Правительство для решения этой проблемы попросило помощи у известного экономиста Олега. Олег сообщил, что инвестиционная ловушка - это ситуация, при которой спрос на инвестиции совершенно не эластичен по процентной ставке. Также он дал следующую информацию про экономику страны: товарный рынок - $C = 10 + 0.75Y_d$, $I = 40$, $G = 10$, $X_n = 10$, $S_g = 0$; денежный рынок - $\frac{M_d}{P} = 20 + \frac{0.6Y}{i}$, $\frac{M_s}{P} = 260$.

- (а) Найдите уравнение кривой IS, то есть все возможные пары $(i; Y)$, при которых достигается равновесие на товарном рынке.

(б) Найдите уравнение кривой LM , то есть все возможные пары $(i; Y)$, при которых достигается равновесие на денежном рынке.

(с) Найдите равновесие в экономике.

Задача 56 ****

Рассматривается закрытая экономика. Уровень цен в краткосрочном периоде является постоянным $P = 2$ и инфляционные ожидания отсутствуют. Функция потребительских расходов имеет вид: $C = 70 + 0.8(Y - T)$, где Y - совокупный доход, и автономные налоги установлены на уровне $T = 6$. Функция инвестиционных расходов имеет вид: $I = 40 - 0.2r$, где r - ставка процента. Реальный спрос на деньги задан функцией: $\frac{M_d}{P} = 0.4Y - 0.4r$. Изначально госзакупки равны 0. В рамках масштабной программы развития инфраструктуры правительство увеличивает объем государственных закупок на $\Delta G = 2$ млрд. рублей.

(а) Определите, на какую минимальную величину ΔM_s должно вырасти номинальное предложение денег, чтобы проводимая фискальная политика не привела к сокращению объема частных инвестиций.

(б) Выведите уравнение кривых IS и LM . То есть кривые, показывающие все возможные пары равновесия ВВП и номинальной ставки процента на товарном и денежном рынке соответственно.

(в) Допустим в предыдущем пункте в государстве решили увеличить госзакупки на 16 денежных единиц. Сравните увеличение ВВП в двух ситуациях: в случае если равновесие достигается в модели $IS - LM$ и если бы ЦБ таргетировал процентную ставку на уровне $i = 5$, то есть если бы кривая LM имела вид $i_{LM} = 5$ (если ЦБ таргетирует процентную ставку, это значит, что он фиксирует ставку на выбранном уровне, и равновесие не может сложиться при другой ставке). В каком случае увеличение ВВП больше и как можно было бы объяснить эту разницу?

(г) Покажите графически влияние изменения госзакупок на реальный ВВП в двух случаях на одном графике модели $IS - LM$.

14..8 Ответы

- 1) Уменьшился на 2,25%
- 2) а) Уменьшилась на 40%
б) 100%
- 3) 10%
- 4) а) -2%
б) 7%
в) 50%
- 5) Уменьшилась на 25%
- 6) а) $Y_{2023}^n = 50000$, $Y_{2024}^n = 80000$, $Y_{2023}^r = 50000$, $Y_{2024}^r = 64000$
б) 28%
в) 25%
г) 38%
д) $\approx 31.34\%$
- 7) Не больше, чем $\frac{1.3}{1.02^{11}} \approx 0.04554$ ($\approx 4.554\%$).
- 8) ИПЦ = 0.75, дефлятор ВВП = 0.625, темп роста = 100%.
- 9) а) На 400 тыс. рублей.
б) Никак не изменился бы
- 10) 1700
- 11) а) $C = 490$, $I = 400$, $G = 200$, $Ex = 250$, $Im = 540$
б) $Y = 800$
в) $T - G = -170$, бюджет в дефиците
- 12) 600
- 13) 20%
- 14) а) -500
б) 800
- 15) а) Приток капитала в размере 200
б) 200
в) 500
- 16) а) Фирмы заплатили 700, а домохозяйства -400 (чистые налоги с домохозяйств отрицательны, то есть трансферты больше налогов).
б) $TC = 800$, $TR = 1300$
в) Приток капитала в размере 1600
г) $I = 3400$, 1600 на отечественные и 1800 на зарубежные товары и услуги
д) $Im = 2200$, $Xn = -1600$
е) Сальдо счета текущих операций $Xn = -1600$, сальдо счета движения капитала $S_f = 1600$
ж) $S_p = 200$, $S_g = -200$, $S_n = 0$, $S_f = 1600$, $S = 1600$
з) $Y = 3300$
- 17) 4%
- 18) а) 2 млн
б) 5 млн

- в) 1 млн
 г) 20%
 19) 10%
 20) а) $u_{\text{фр}} = 5\%$, $u_{\text{стр}} = 10\%$, $u_{\text{ест}} = u^* = 15\%$, $u_{\text{цикл}} = 10\%$, $u = 25\%$
 б) $\beta = 1$
 21) Увеличился до 50%
 22) а) $u_{\text{фр}} = 9.6\%$, $u_{\text{стр}} = 6.4\%$, $u_{\text{ест}} = u^* = 16\%$, $u_{\text{цикл}} = 4\%$, $u = 20\%$
 б) $\beta = 2.5$
 23) 20%
 24) 20%
 25) а) $X = 150$
 б) $\frac{7}{30}$, то есть около 23%
 в) ≈ 1.28
 г) $\approx 11.5\%$
 26) а) 200
 б) -200
 в) Дефицит
 27) а) 1200
 б) -900
 в) $-\frac{3600}{7}$
 28) а) 40
 б) 50
 в) 50
 29) 70%
 30) 1.6
 31) $mpc = \frac{2}{3}$, $mult_G = 3$, $mult_{Tr} = 2$, $mult_{Tx} = -2$
 32) а) $Y = 3700$, $mult_G = 5$, $mult_T = -4$
 б) $\Delta G = 740$, $\Delta C = 2960$
 в) Для (а): $Y = \frac{3700}{3}$, $mult_G = \frac{5}{3}$, $mult_T = \emptyset$. Для (б): $\Delta G = 740$,
 $\Delta C = \frac{1480}{3}$
 г) Для (а): $Y = 2900$, $mult_G = 1$, $mult_T = \emptyset$. Для (б): $\Delta G = 2900$,
 $\Delta C = 0$
 33) а) 25
 б) 36
 в) 49
 г) $\frac{11}{10} \neq \frac{12}{11}$
 д) Верно
 34) $mult_G = 2.5$, $mult_T = -6.5$, $mult_{G=T} = -4$
 35) 1.25
 36) $mult_G = 1.25$, $mult_T = -2$, $mult_{\text{баланс}} = -5.5$
 37) на $2.4X$
 38) а) $\frac{1250}{3}$
 б) $\frac{5}{6}$

- в) на 50
 г) $\frac{5}{6}$
- 39) а) $rr = 10\%$, $er = 10\%$, $rr + er = 20\%$
 б) $cr = 50\%$
 в) $K = 960$, Кредитные возможности = 1080
 г) $B = 840$, $M = 1800$
 д) $mult_{bank} = 5$, $mult_{money} = \frac{15}{7}$
 е) $\Delta M = 300$, $\Delta C = 100$, $\Delta D = 200$, $\Delta K = 300$, $\Delta R = -100$
 ж) $\Delta M = 6600$, $\Delta D = 7400$, $\Delta K = 6600$, $\Delta R = 600$
- 40) $D = 2900$, $K = 2500$
- 41) Масса увеличится на 1000, а не на 400.
- 42) 6000
- 43) а) $r_k = 25\%$, $r_d = 24\%$, $K = 20$, $D = 25$, $R = 5$
 б) $r_k = 27.25\%$, $r_d = 21.75\%$, $K = 11$, $D = 13.75$, $R = 2.75$
- 44) 0.2
- 45) $\frac{cr+1-dr}{cr+(rr+er)(1-dr)}$
- 46) $\frac{2}{3}$
- 47) 200 рублей
- 48) 4.5
- 49) 60
- 50) а) Самая недооцененная валюта – рубль, недооценка примерно на $\approx 68\%$.
 При ППС курс должен быть ≈ 28.57 рублей за доллар.
 б) Самая переоцененная валюта – швейцарский франк, переоценка примерно на $\approx 29\%$. При ППС курс должен быть ≈ 1.16 франков за доллар.
- 51) а) $P_R = 80$, $P_K = 8$, $Q_R = 40$, $Q_K = 40$
 б) $P_R = 72$, $P_K = 9.6$, $Q_R = 48$, $Q_K = 24$
 в) Из-за укрепления курса рубля уменьшился иностранный спрос на российский газ, из-за чего производители снизили цену, по которой покупатели уже из России готовы были купить большее количество газа.
- 52) а) $Y_{LRAS} = 2000$
 б) $\Delta Y_{SR} = 62.5\%$, $\Delta P_{SR} = 50\%$, $\Delta Y_{LR} = 0\%$, $\Delta P_{LR} \approx 167\%$
- 53) а) 30%
 б) 69%
- 54) а) $Y_{AD} = \frac{256}{P}$, $Y_{LRAS} = 64$, $Y_{SRAS} = 16P$
 б) $L = 16$, $Y = 64$, $P = 4$, $w = 8$
 в) $\Delta Y_{SR} = +30$, $\Delta P_{SR} = +2$, $\Delta Y_{LR} = 0$, $\Delta P_{LR} = +5$
- 55) а) $IS = Y = 250$
 б) $LM = Y = 400i$
 в) $i = \frac{5}{8}$, $Y = 250$
- 56) а) 8
 б) ВВП увеличится сильнее, если ЦБ таргетирует ставку: он будет обеспечивать рост спроса новыми деньгами, что приведет только к дальнейшему росту ВВП.

в)

